МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ И ОБРАЗОВАНИЯ
ФГБОУ ВО «КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
АЧИНСКИЙ ФИЛИАЛ

ФИЗИКА

Методические указания
к выполнению контрольных работ

Ачинск 2017

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ И ОБРАЗОВАНИЯ
ФГБОУ ВО «КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
АЧИНСКИЙ ФИЛИАЛ

О. И. Наслузова

ФИЗИКА

Методические указания
к выполнению контрольных работ

Ачинск 2017

УДК 53
Н 314

Рецензенты:

Н.Н. Гурова, к.ф.-м.н., доцент кафедры современного естествознания
ФГБОУ ВО СФУ;

И.В. Серюкова, к.ф.-м.н., доцент кафедры физики
ФГБОУ ВО Красноярский ГАУ

Н 314 ***Наслузова О.И.***

Физика: методические указания к выполнению контрольных работ / О. И. Наслузова; Краснояр. гос. аграр. ун-т. Ачинский ф-л.- Ачинск, 2017– 167 с.

Методические указания включают в себя краткие теоретические сведения, введение, примеры решения типовых задач и контрольные задания по 6-ти разделам курса физики и предназначены для студентов заочной формы обучения, обучающихся по направлению 35.03.06 «Агроинженерия» профиль «Электрооборудование и электротехнологии»

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

В процессе изучения курса физики студент должен выполнять контрольные работы. Методические указания включают в себя краткое теоретическое введение, примеры решения типовых задач и контрольные задания по 6-ти разделам курса физики.

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом, важнейшим элементом которой является систематическое решение задач. Решение задач контрольных работ помогает уяснить физический смысл изучаемых явлений, закрепляет в памяти основные физические законы и прививает навыки практического применения теоретических знаний.

При оформлении контрольной работы необходимо руководствоваться следующими правилами:

– контрольную работу следует выполнять аккуратно, оставляя поля для замечаний рецензента;

– задачу своего варианта необходимо переписать полностью, а затем записать краткое условие, в котором все величины должны быть переведены в систему СИ и дополнены значениями табличных величин, необходимых для решения данной задачи;

– для пояснения решения задачи там, где это нужно, аккуратно сделать чертеж;

– указать основные законы и формулы, применяемые в задаче, с разъяснением буквенных обозначений;

– решить задачу в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условиях задачи; решение задачи и используемые формулы должны сопровождаться пояснениями;

– подставить в окончательную формулу числовые значения физических величин в единицах СИ и произвести вычисления;

- записать ответ.

Контрольная работа выполняется в обычной школьной тетради, на обложке которой указываются номер контрольной работы, фамилия и инициалы студента.

Вариант задания контрольной работы определяется в соответствии с последней цифрой шифра (номера зачетной книжки), а номера решаемых задач определяется по представленной ниже таблице вариантов.

Контрольная работа №1
Таблица вариантов

№ Вар.	Номера задач													
1	1.1	1.21	1.41	1.51	1.61	2.1	2.11	2.41	2.71	3.1	3.51	3.61	3.70	3.21
2	1.2	1.12	1.32	1.52	1.72	2.2	2.22	2.32	2.52	3.12	3.32	3.42	3.22	3.62
3	1.3	1.33	1.23	1.63	1.83	2.3	2.13	2.43	2.63	3.23	3.42	3.53	3.33	3.63
4	1.4	1.14	1.24	1.54	1.74	2.4	2.24	2.34	2.54	3.14	3.34	3.44	3.24	3.64
5	1.5	1.35	1.25	1.65	1.85	2.5	2.15	2.45	2.65	3.25	3.45	3.55	3.35	3.65
6	1.6	1.16	1.26	1.56	1.76	2.6	2.26	2.36	2.56	3.16	3.36	3.46	3.26	3.66
7	1.7	1.37	1.27	1.67	1.87	2.7	2.17	2.47	2.67	3.7	3.27	3.37	3.47	3.57
8	1.8	1.18	1.28	1.58	1.78	2.8	2.28	2.38	2.58	3.8	3.38	3.48	3.38	3.68
9	1.9	1.39	1.49	1.69	1.79	2.9	2.19	2.29	2.49	3.9	3.19	3.59	3.69	3.49
10	1.10	1.20	1.40	1.70	1.80	2.10	2.30	2.50	2.70	3.10	3.30	3.40	3.60	3.70

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ

1. МЕХАНИКА

1.1. КИНЕМАТИКА

1. Средняя скорость V_{cp}

$$\vec{V}_{cp} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}, \qquad V_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

Г

де $\Delta\vec{r}$ – вектор перемещения; ΔS – путь, пройденный телом за время Δt.

1. Мгновенная скорость и мгновенное ускорение $\vec{a}$ прямолинейного движения в общем случае

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \qquad V = \frac{dS}{dt}, \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}.$$

3. Вектор полного ускорения

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \qquad a^2 = a_\tau^2 + a_n^2,$$

где $\vec{a}_\tau$ – тангенциальное (касательное) ускорение; $\vec{a}_n$ – нормальное (центростремительное) ускорение

$$a_\tau = \frac{dV}{dt}, \qquad a_n = \frac{V^2}{R},$$

где R – радиус кривизны траектории в данной точке.

4. В случае прямолинейного равномерного движения ($\vec{a}$ =0)

$$V = S/t = const.$$

5. В случае прямолинейного равнопеременного движения ($a_\tau = a = const$, $a_n = 0$) пройденный путь S и конечная скорость V определяются по формулам

$$S = V_0 t + \frac{at^2}{2}, \qquad V = V_0 + at.$$

В этих уравнениях ускорение a положительно при равноускоренном движении и отрицательно при равнозамедленном.

6. Мгновенная угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

где φ – угол поворота. В случае равномерного вращательного движения

$$\omega = \varphi/t.$$

7. Мгновенное угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

8. В случае вращательного движения с постоянным угловым ускорением угол поворота и угловая скорость определяются уравнениями:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t, \qquad \varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}.$$

9. Связь между линейными и угловыми величинами

$$dS = R\, d\varphi, \quad V = R\omega, \quad a_\tau = R\varepsilon, \quad a_n = \omega^2 R.$$

1.2. ДИНАМИКА

Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно.

1. Второй закон Ньютона

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i,$$

где $\vec{P} = m\vec{V}$ – импульс тела; $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$ – геометрическая сумма сил, действующих на тело массой m, N – число действующих сил.

Если масса тела постоянна, то

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = m\vec{a} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i,$$

где $\vec{a}$ – ускорение, приобретаемое телом под действием сил.

2. Третий закон Ньютона

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \qquad |F_{12}| = |F_{21}|,$$

где $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ – силы, с которыми взаимодействуют тела.

3. Сила упругости

$$\vec{F} = -k\vec{X} ,$$

где k – коэффициент упругости (жесткости); X – абсолютная деформация.

4. Сила гравитационного взаимодействия

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы взаимодействующих материальных точек; r – расстояние между ними.

5. Сила трения скольжения

$$F = \mu \cdot N ,$$

где μ – коэффициент трения; N – сила нормального давления.

Динамика вращательного движения.

1. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M}dt = d(I \cdot \vec{\omega}) ,$$

где $\vec{M}$ – момент силы, действующий на тело в течение времени dt; I – момент инерции тела относительно оси вращения; ω – угловая скорость вращения. В случае постоянного момента инерции

$$\vec{M} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\varepsilon},$$

где ε – угловое ускорение.

2. Момент силы, действующей на тело, относительно некоторой точки О

$$\vec{M} = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right], \qquad M = F \cdot l \cdot \sin\alpha,$$

где l – плечо силы F; – радиус-вектор точки приложения силы, проведенный из точки О; α – наименьший угол между векторами.

3. Момент инерции материальной точки массой m

$$I = mr^2,$$

где r – расстояние материальной точки до оси вращения.

Момент инерции твердого тела

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2,$$

где r_i – расстояние материальной точки массой m_i до оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс в твердом теле

$$I = \int_V r^2 dm.$$

Моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы

Тело	Ось, относительно которой находится момент инерции	Формула момента инерции
Однородный тонкий стержень массой m и длиной l	Проходит через центр тяжести стержня перпендикулярно ему	$(1/12)\ ml^2$
То же	Проходит через конец стержня перпендикулярно ему	$(1/3)\ ml^2$
Однородный шар массой m и радиусом R	Проходит через центр шара	$(2/5)\ mR^2$
Сплошной однородный цилиндр или диск массой m и радиусом R	Проходит через центр диска перпендикулярно ему	$(1/2)\ mR^2$
Тонкое кольцо, обруч, труба массой m и радиусом R	Проходит через центр перпендикулярно плоскости основания	mR^2

5. Теорема Штейнера

Момент инерции тела I относительно произвольной оси

$$I = I_0 + ma^2,$$

где I_0 – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс параллельно заданной оси; a – расстояние между осями.

1.3. РАБОТА, ЭНЕРГИЯ, МОЩНОСТЬ. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Закон изменения и сохранения импульса

1. Импульс материальной точки массой m, двигающейся со скоростью $\vec{V}$,

$$\vec{P} = m\vec{V}.$$

2. Закон сохранения импульса для замкнутой системы

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{V}_i = const.$$

Закон сохранения импульса выполняется также для незамкнутых систем в следующих случаях: 1) если равнодействующая всех внешних сил, приложенных к системе, равна нулю, то сохраняется полный импульс системы; 2) если существует направление, проекция всех внешних сил на которое равна нулю, то сохраняется проекция импульса на это направление; 3) если время действия внешней силы очень мало, то полный импульс системы сохраняется.

3. Скорость изменения импульса системы равна сумме действующих на систему внешних сил

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i.$$

Закон сохранения момента импульса

1. Момент импульса материальной точки относительно некоторой точки O

$$\vec{L} = m\left[\vec{r} \times \vec{V}\right], \qquad L = m \cdot V \cdot r \cdot \sin\alpha,$$

где m – масса материальной точки, движущейся со скоростью V; – радиус – вектор материальной точки; α – наименьший угол между векторами.

2. Момент импульса твердого тела относительно оси вращения

$$L_z = I_z \omega,$$

где   – момент инерции тела относительно оси z; ω – угловая скорость тела.

3. Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы

$$\vec{L} = const.$$

Работа, мощность. Закон сохранения механической энергии

1. Работа переменной силы на пути S

$$A = \int F \cos\alpha \cdot dS.$$

В частном случае постоянной силы, действующей под неизменным углом α к перемещению,

$$A = FS\cos\alpha\,.$$

2. Мощность

$$N = \frac{dA}{dt} = FV\cos\alpha.$$

В случае постоянной мощности

$$N = A\,/t,$$

где A – работа, совершаемая за время t.

3. Кинетическая энергия тела, движущегося со скоростью V,

$$T = \frac{mV^2}{2}.$$

4. Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и потенциальной энергией частицы

$$\vec{F} = -\mathrm{grad}\,\Pi, \qquad \text{или} \qquad F = \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} + \frac{\partial \Pi}{\partial z}.$$

5. Потенциальная энергия тела массой m, поднятого над поверхностью Земли на высоту h,

$$\Pi = mgh.$$

6. Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$\Pi = \frac{kx^2}{2},$$

где k – коэффициент упругости; x – величина деформации.

7. Закон сохранения механической энергии для консервативных систем

$$T + \Pi = E = \mathrm{const}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Свободно падающее тело в последнюю секунду своего падения проходит половину всего пути. Найти, с какой высоты падает тело и какова продолжительность его падения.

Решение

Так как тело падает свободно, то его ускорение равно 9,8 м/с^2. Запишем уравнение пути для равноускоренного движения тела при падении с высоты h до земли, учитывая, что начальная скорость тела равна нулю,

$$h = \frac{gt^2}{2}. \tag{1}$$

По условию задачи, тело за последнюю секунду проходит половину всего пути, значит, первую половину пути тело проходит за время (t – 1) с. Для первой половины пути можно записать

$$\frac{h}{2} = \frac{g(t-1)^2}{2}. \tag{2}$$

Решим систему уравнений (1) и (2). Для этого подставим h из уравнения (1) в (2) и получим

$$\frac{gt^2}{2} = g(t-1)^2.$$

Сокращая на g и раскрывая скобки, получаем квадратное уравнение относительно времени падения тела t

$$t^2 - 4t + 2 = 0.$$

Решение этого уравнения дает два положительных корня: $t_1 = 3{,}4$ с и $t_2 = 0{,}58$ с. Второй корень не имеет смысла, так как по условию задачи тело падает больше 1 с.

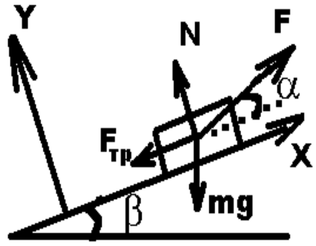
Для нахождения высоты, с которой падает тело, подставим $t_1 = 3{,}4$ с в уравнение (1)

$$h = \frac{9{,}8(3{,}4)^2}{2} = 56{,}6\,(м).$$

Задача 2. Тело массой m = 10 кг движется по наклонной плоскости вверх с ускорением a. На тело действует сила F = 100 Н, направленная вверх под углом α= 30° к поверхности наклонной плоскости. Коэффициент трения μ = 0,1. Угол наклона плоскости к горизонту β = 30°. Определить ускорение тела.

Решение

При решении динамических задач в большинстве случаев необходимо сделать рисунок и указать на нем все силы, действующие на тело.



Запишем второй закон Ньютона в векторном виде $\vec{F} = m\vec{a}$.

Или .

$$\vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Перейдем к скалярным уравнениям, для чего возьмем проекции всех векторных величин на оси X и Y:

на ось X: $\quad F\cos\alpha - F_{тр} - mg\sin\beta = ma,\qquad(1)$

на ось Y: $\quad N - mg\cos\beta = 0\qquad(2)$

Сила трения равна

$$F_{тр} = \mu N.\qquad(3)$$

Решаем систему уравнений (1) – (3) относительно a

$$a = \frac{F\cos\alpha - \mu mg\cos\beta - mg\sin\beta}{m}.$$

Подставляя числовые значения, получим a = 2,9 м/с^2.

Задача 3. Шар массой 1 кг, движущийся горизонтально с некоторой скоростью V_1, столкнулся с неподвижным шаром массой 3 кг. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Решение

Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

$$k = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 V_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{V_1}\right)^2;\qquad(1)$$

где V_1 и T_1 – скорость и кинетическая энергия первого шара до удара, u_2 и T_2 – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.
Как видно из формулы (1), для определения k надо найти u_2. При ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии:

$$m_1V_1 = m_1u_1 + m_2u_2;$$
$$\frac{m_1V_1^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}. \qquad (2)$$

Пользуясь этими законами, найдем u_2. Решая уравнения (2) совместно, получим

$$u_2 = \frac{2m_1V_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставив это выражение в формулу (1) и сократив на V_1 и m_1, получим

$$k = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2m_1V_1}{v_1(m_1 + m_2)}\right]^2 = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Из полученного соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Подставив числовые значения, получим $k = 0{,}75$.

Задача 4. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу 0,08 кг, перекинута тонкая нерастяжимая нить, к концам которой подвешены грузы с массами 0,1 кг и 0,2 кг. С каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением и массой нити пренебречь.

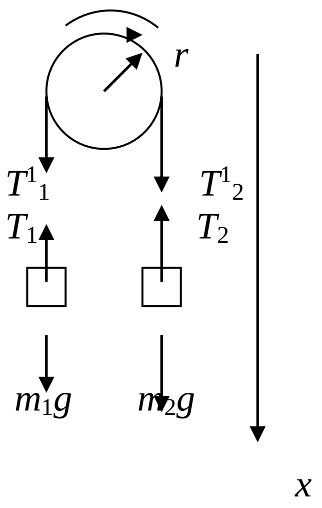
Решение

Воспользуемся основными уравнениями динамики поступательного и вращательного движений. Рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок. Как видно из рисунка, на первый груз действуют две силы: сила тяжести m_1g и сила упругости (сила натяжения нити) T_1. Спроектируем эти силы на ось x, которую направим вертикально вниз, и напишем уравнение движения (второй закон Ньютона) в скалярной форме:

$$m_1g - T_1 = -m_1a. \qquad (1)$$

Уравнение для второго груза запишется аналогично:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a. \qquad (2)$$



Под действием двух моментов сил $T^1_1 r$ и $T^1_2 r$ относительно оси, перпендикулярной плоскости чертежа, блок приобретает угловое ускорение ε. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения,

$$T^1_2 r - T^1_1 r = I\varepsilon, \qquad (3)$$

где $I = \frac{1}{2} mr^2$ есть момент инерции блока (сплошного диска). Угловое ускорение диска ε связано с линейным ускорением a его крайних точек формулой $\varepsilon = a / r$.

Сила T^1_1 по модулю равна силе T_1, и модуль силы T^1_2 равен силе T_2 согласно третьему закону Ньютона. Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (3) вместо T^1_1 и T^1_2 выражения для T_1 и T_2, получив их предварительно из уравнений (1) и (2).

$$(m_2 g - m_1 a)r - (m_1 g + m_2 a)r = \frac{1}{2} mr^2 \frac{a}{r}.$$

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем интересующее нас ускорение

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} g. \qquad (4)$$

Подставим в (4) числовые данные

$$a = \frac{(0{,}2 - 0{,}1)}{(0{,}2 + 0{,}1 + \frac{0{,}08}{2})} \times 9{,}8 = 2{,}88 (м / c^2).$$

Задача 5. Платформа в виде сплошного диска радиусом R = 1,5 м и массой m_1 = 180 кг вращается по инерции около вертикальной оси, совпадающей с геометрической осью платформы, с частотой n = 0,17 с$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Решение

Платформа вращается по инерции, следовательно, момент внешних сил относительно оси вращения равен нулю. При этом условии проекция момента импульса системы человек-платформа на эту ось остается постоянной:

$$(J_1 + J_2)\omega = (J_1' + J_2')\omega', \tag{1}$$

где J_1 и J_2 – моменты инерции платформы и человека, соответственно, до перехода человека на край платформы; J_1' и J_2' – моменты инерции платформы и человека, соответственно, после перехода человека; ω и ω′ – угловые скорости системы до и после перехода человека на край платформы.

Момент инерции платформы (сплошного диска) относительно оси вращения при переходе человека не изменяется

$$J_1 = J_1' = \frac{m_1 R^2}{2}. \tag{2}$$

Момент инерции человека относительно той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции в центре платформы можно считать равным нулю. На краю платформы момент человека равен

$$J_2' = m_2 R^2. \tag{3}$$

Выразим начальную угловую скорость вращения платформы через частоту вращения

$$\omega = 2\pi n, \tag{4}$$

а конечную угловую скорость через линейную скорость человека относительно пола

$$\omega' = \frac{V}{R}. \tag{5}$$

Подставим в формулу (1) выражения (2), (3), (4) и (5) получим

$$\frac{m_1R^2}{2}2\pi n = \left(\frac{m_1R^2}{2} + m_2R^2\right)\frac{V}{R}.$$

После сокращения на R^2 и простых преобразований получим формулу для нахождения скорости

$$V = 2\pi n R\frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставляя числовые значения, получим

$$V = 2\times 3{,}14\times 0{,}17\times 1{,}5\times\frac{180}{180 + 2\times 60} = 1(м/с).$$

Контрольные задачи 1

1.1. Тело, брошенное вертикально вверх, вернулось на землю через 3 секунды. Какова была начальная скорость тела? На какую высоту поднялось тело? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.2. Камень бросили вертикально вверх на высоту 10 м. Через какое время он упадет на землю? Во сколько раз увеличится высота подъема камня, если его начальную скорость увеличить вдвое? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.3. Тело падает вертикально с высоты 19,6 м с нулевой начальной скоростью. Какой путь пройдет тело за первую 0,1 с своего движения и за последнюю 0,1 с своего движения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.4. Расстояние между двумя станциями - 2 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую – равнозамедленно. Максимальная скорость поезда - 72 км/ч. Найти величину ускорения, считая его численно равным замедлению, и время движения поезда между станциями.

1.5. Поезд движется со скоростью 36 км/ч. Если прекратить подачу энергии, то поезд, двигаясь равнозамедленно, останавливается через 20 секунд. Найти ускорение поезда и расстояние, на котором надо отключить подачу энергии.

1.6. Вагон движется равнозамедленно с ускорением –0,5 м/с^2. Начальная скорость вагона - 54 км/ч. Через сколько времени и на каком расстоянии от начальной точки вагон остановится?

1.7. На некотором участке пути движение поезда описывается уравнением $S = 0{,}5\,t + 0{,}15\,t^2$, где путь выражен в метрах, время – в секундах. Определить скорость и ускорение поезда в начальный момент и в конце седьмой секунды, а также среднюю скорость за первые семь секунд движения.

1.8. Материальная точка движется прямолинейно таким образом, что ее скорость изменяется по закону $V = 10 - 2t + 3t^2$ (время – в секундах). Определить, какой путь она пройдет за 5 секунд. Определить ускорение точки в момент времени 5 секунд.

1.9. В течение 5 секунд автомобиль разгоняется от скорости 36 км/ч до 72 км/ч. Найти его ускорение, считая движение равноускоренным. Определить расстояние, которое автомобиль пройдет за это время.

1.10. В течение 5 секунд автомобиль разгоняется от скорости 36 км/ч до 72 км/ч. Найти его ускорение, считая движение равноускоренным. Определить расстояние, которое автомобиль пройдет за это время.

1.11. С башни в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить скорость тела и радиус кривизны траектории через 2 секунды после начала движения.

1.12. Камень, брошенный горизонтально с некоторой высоты, упал на землю через 0,5 с на расстоянии 5 м по горизонтали от места бросания. Какой угол составляет скорость камня с горизонтом в точке его падения на землю? Чему равны его нормальное и тангенциальное ускорения в этой точке?

1.13. Точка движется по окружности радиусом 20 см с постоянным тангенциальным ускорением 5 см/с^2. Через сколько времени после начала движения нормальное ускорение точки будет вдвое больше тангенциального?

1.14. Якорь электромотора вращался с частотой 50 с$^{-1}$. После выключения тока он стал двигаться равнозамедленно и, сделав 1680 оборотов, остановился. Определить угловое ускорение якоря.

1.15. Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом 1 м, задается уравнением a_n = A + Bt^2 (A = 2 м/с^2, B = 4 м/с^4). Определить полное ускорение точки через 1 секунду после начала движения.

1.16. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением φ = At^2 (A = 0,1 рад/с^2). Определить полное ускорение точки на ободе диска к концу второй секунды после начала движения, если линейная скорость точки в этот момент времени равна 0,4 м/с.

1.17. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением φ = At^2 (A = 0,1 рад/с^2). Определить полное ускорение точки на ободе диска к концу второй секунды после начала движения, если линейная скорость точки в этот момент времени равна 0,4 м/с.

1.18. Колесо радиусом 6,1 см вращается с постоянным угловым ускорением. Через 0,5 с после начала движения полное ускорение колеса стало равно 13,6 см/с^2. Определить угловое ускорение колеса.

1.19. На цилиндр радиусом 4 см, который может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, совпадающей с осью цилиндра, намотана нить. К концу нити привязали груз и предоставили ему опускаться. Двигаясь равноускоренно, груз за 3 секунды опустился на 1,5 м. Определить угловое ускорение цилиндра и число оборотов, сделанных им за это время.

1.20. Колесо автомашины вращается равнозамедленно. За 2 минуты колесо изменило частоту вращения от 240 до 60 мин$^{-1}$. Определить угловое ускорение колеса и число полных оборотов, за указанное время.

1.21. Автомобиль массой 1000 кг останавливается при торможении за 5 секунд, пройдя при этом равнозамедленно расстояние 25 метров. Найти начальную скорость автомобиля и силу торможения.

1.22. На тело массой 1 кг, лежащее на горизонтальной поверхности, начинает действовать сила 100 Н, направленная вверх под углом 30° к горизонту. Какой путь пройдет тело по горизонтальной поверхности за 1 секунду? Коэффициент трения тела о поверхность равен 0,1.

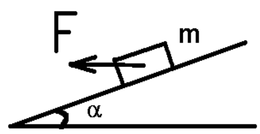
1.23. К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон начинает двигаться равнозамедленно, и за 3 секунды его скорость уменьшается от 18 до 6 км/ч. На какой угол отклонится при этом нить с шаром?

1.24. Тело скользит по наклонной плоскости, угол наклона которой к горизонту составляет 30°. Коэффициент трения между телом и плоскостью равен 0,1. Найти ускорение тела.

1.25. Тело массой 5 кг лежит на полу лифта, опускающегося вниз с ускорением 2 м/с^2. Определить вес тела. Как и с каким ускорением должен двигаться лифт, чтобы вес тела был равен 49 Н? 59 Н?

1.26. Вагонетка начинает двигаться вниз по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 30°. Определить скорость вагонетки через 5 с после начала движения, если коэффициент трения равен 0,5.

1.27. На тело массой 1 кг, двигающееся по наклонной плоскости, как показано на рисунке, действует горизонтально направленная сила F = 10 Н. Определить силу, с которой тело давит на плоскость, и его ускорение, если угол α = 30°, а коэффициент трения тела о плоскость 0,1.



1.28. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 8°, а потом по горизонтальной поверхности. Определить коэффициент трения (считая его постоянным), если известно, что тело по горизонтали проходит такое же расстояние, как и по наклонной плоскости.

1.29. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, движущегося по горизонтальному пути с ускорением 1 м/с^2. Масса автомобиля 1000 кг, коэффициент трения 0,1.

1.30. Груз массой 5 кг поднят при помощи каната вертикально вверх в течение 2 с на высоту 10 м. Считая движение груза равноускоренным, определить силу натяжения каната.

1.31. Вал в виде сплошного цилиндра массой 10 кг насажен на горизонтальную ось. На цилиндр намотан шнур, к свободному концу которого подвешена гиря массой 2 кг. С каким ускорением будет опускаться гиря?

1.32. Найти вес автомобиля массой 2 тонны, движущегося со скоростью 36 км/ч по выпуклому мосту радиусом 100 м.

1.33. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу 80 г, перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой подвешены грузы массами 100 г и 200 г. С каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением пренебречь.

1.34. Маховик в виде сплошного диска радиусом 0,2 м и массой 50 кг раскручен до частоты вращения 480 об/мин и предоставлен самому себе. Под действием сил трения маховик остановился через 50 с. Найти момент сил трения, считая его постоянным.

1.35. Маховик в виде диска радиусом 0,2 м и массой 10 кг соединен с мотором при помощи приводного ремня. Натяжение ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно 14,7 Н. Какое число оборотов в секунду будет делать маховик через 10 с после начала движения?

1.36. Маховик с моментом инерции 245 кг м^2 вращается, делая 20 об/с. Через минуту после того, как на маховик перестал действовать вращающий момент, он остановился. Найти момент сил трения и число оборотов, которое сделал маховик до полной остановки после прекращения действия вращающего момента.

1.37. Маховик в виде диска массой 50 кг и радиусом 20 см был раскручен до угловой скорости 480 об/мин и затем предоставлен самому себе. Под влиянием трения маховик остановился. Найти момент сил трения, если маховик до полной остановки сделал 200 оборотов.

1.38. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом 50 см намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой 6,4 кг. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением 2 м/с^2.Определить момент инерции вала и его массу.

1.39. Маховик в виде диска радиусом 10 см был раскручен до угловой скорости 300 об/мин и затем предоставлен самому себе. Под действием сил трения маховик остановился через 50 с. Найти массу диска, если момент сил трения равен – 0,314 Н м.

1.40. На однородный сплошной цилиндрический вал массой 40 кг намотана невесомая нить, к концу которой прикреплен груз массой 5 кг. Определить ускорение, с которым опускается груз.

1.41. Тело массой 1 кг упало с высоты 19,6 м. Определить изменение импульса тела за последнюю секунду движения и импульс тела на высоте 4,9 м.

1.42. На железнодорожной платформе, движущейся по инерции со скоростью 3 км/ч, укреплено орудие. Масса платформы с орудием -10 т. Снаряд массой 10 кг вылетает из ствола орудия под углом 60° к горизонту в сторону движения платформы. Определить начальную скорость снаряда относительно Земли, если после выстрела скорость платформы уменьшилась в 2 раза.

1.43. Человек, стоящий на неподвижной тележке, бросил вперед в горизонтальном направлении камень массой 2 кг. При этом тележка с человеком (общей массой 100 кг) покатилась со скоростью 0,1 м/с. Найти импульс камня через 0,5 с после начала движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.44. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с. На какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед равен 0,02. Масса конькобежца 70 кг.

1.45. Тело движется под действием одной силы так, что численное значение его импульса зависит от времени по закону

$$P = \mathrm{A}t^2 + \mathrm{B}t,$$

где А = 5 кг м/с^3; В = –10 кг м/с^2. Определить момент времени, в который сила, действующая на тело, равна нулю.

1.46. Снаряд массой 100 кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного полотна со скоростью 500 м/с, попадает в вагон с песком массой 10 тонн и застревает в нем. Какую скорость получит вагон, если: 1) вагон стоял неподвижно; 2) вагон двигался со скоростью 36 км/ч в том же направлении, что и снаряд; 3) вагон двигался со скоростью 36 км/ч в направлении, противоположном движению снаряда.

1.47. Снаряд массой 5 кг, вылетевший из орудия, в верхней точке траектории имеет скорость 300 м/с. В этой точке снаряд разорвался на два осколка, причем больший осколок массой 3 кг полетел в обратном направлении со скоростью 100 м/с. Определить скорость меньшего осколка.

1.48. Снаряд массой 10 кг разорвался в верхней точке траектории, имея скорость 200 м/с. Осколок массой 3 кг полетел вперед под углом 60 к горизонту со скоростью 400 м/с. С какой скоростью и в каком направлении полетит больший осколок?

1.49. Тело массой 2 кг движется навстречу телу массой 1,5 кг и неупруго сталкивается с ним. Скорости тел непосредственно перед столкновением соответственно равны 1 м/с и 2 м/с. Определить коэффициент трения, если эти тела остановятся через 0,58 с после удара.

1.50. Молекула массой $4{,}65\ 10^{-26}$ кг, летящая со скоростью 600 м/с, ударяется о стенку сосуда под углом 60 к нормали и под таким же углом упруго отскакивает от нее. Найти импульс, полученный стенкой за время удара.

1.51. Человек стоит в центре скамьи Жуковского и вместе с ней вращается по инерции с частотой 0,5 об/с. В вытянутых в стороны руках он держит две гантели массой 2 кг каждая. Расстояние между гантелями 1,6 м. Сколько оборотов в секунду будет делать скамья с человеком, если он опустит руки и расстояние между гантелями станет равным 0,4 м? Момент инерции тела человека относительно оси вращения равен 1,6 $кг \cdot м^2$, моментом инерции скамьи пренебречь.

1.52. На краю горизонтальной платформы массой 200 кг, имеющей форму диска радиусом 2 м, стоит человек массой 80 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью 2 м/с относительно платформы?

1.53. Платформа массой 240 кг в виде диска вращается по инерции, делая 6 об/мин. На краю платформы стоит человек массой 80 кг. Сколько оборотов в секунду будет делать платформа, если человек перейдет в ее центр? Человека считать материальной точкой.

1.54. Стержень длиной 1 м и массой 2 кг подвешен на горизонтальной оси, проходящей через его конец. В середину стержня попала горизонтально летящая пуля и застряла в нем. Какова будет угловая скорость стержня после удара, если масса пули - 10 г, а ее скорость - 500 м/с?

1.55. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной 2,4 м и массой 8 кг, расположенный вертикально по оси вращения скамьи. Скамья с человеком имеет суммарный момент инерции 6 $кг\ м^2$ и вращается равномерно, совершая 1 оборот в секунду. С какой угловой скоростью будет вращаться скамья с человеком, если повернуть стержень в горизонтальное положение так, чтобы ось вращения проходила через середину стержня?

1.56. Шарик массой 100 г, привязанный к концу нити длиной 1 м, вращается, опираясь на горизонтальную плоскость, делая 1 об/с. Нить укорачивается, приближая шарик к оси вращения до расстояния 0,5 м. С какой угловой скоростью будет при этом вращаться шарик? Какую работу совершит внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

1.57. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться по инерции вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр масс. На краю платформы стоит человек, масса которого в 3 раза меньше массы платформы. Определить, как и во сколько раз изменится угловая скорость вращения платформы, если человек перейдет ближе к ее центру на расстояние, равное половине радиуса платформы.

1.58. В горизонтальной плоскости вращается вокруг вертикальной оси тонкий стержень длиной 0,5 м и массой 1 кг. Симметрично оси вращения, проходящей через середину стержня, на расстоянии 10 см от нее, на стержне расположены два груза массами по 0,2 кг каждый. Угловая скорость вращения всей системы – 2 рад/с. Чему будет равна угловая скорость системы, если грузы сдвинуть на концы стержня? Грузы считать материальными точками.

1.59. Мяч массой 400 г и радиусом 10 см вращался вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр, делая 2 об/с. В результате удара мяч дополнительно получил момент импульса, равный 0,02 кг·м^2·с$^{-1}$, направленный горизонтально. Найти суммарный момент импульса мяча после удара.

1.60. Горизонтальная платформа в виде однородного диска радиусом 15 м вращается без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. На платформе на расстоянии 14 м от ее центра стоит человек массой 60 кг. Если человек перейдет на расстояние 6,17 м от центра платформы, частота ее вращения изменится в 1,6 раза. Найти массу платформы. Человека считать точечной массой.

1.61. Тело, падая с некоторой высоты, в момент удара о Землю обладает импульсом 100 кг м/с и кинетической энергией 500 Дж. Определить массу тела и высоту, с которой оно упало.

1.62. Стальной шарик массой 20 г, падая с высоты 1 м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту 81 см. Найти импульс силы, полученный плитой за время удара, и количество тепла, выделившееся при ударе.

1.63. Шар массой 2 кг движется со скоростью 4 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой 5 кг. Определить скорости шаров после прямого центрального удара, считая его абсолютно упругим.

1.64. С башни высотой 20 м горизонтально со скоростью 10 м/с брошен камень массой 400 г. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить кинетическую и потенциальную энергию камня через 1 секунду после начала движения.

1.65. Баба копра массой 500 кг падает на сваю массой 100 кг. Определить КПД удара бабы копра о сваю, считая удар неупругим. Полезной считать энергию, пошедшую на углубление сваи.

1.65. Баба копра массой 500 кг падает на сваю массой 100 кг. Определить КПД удара бабы копра о сваю, считая удар неупругим. Полезной считать энергию, пошедшую на углубление сваи.

1.66. Пуля массой 10 г застревает в первоначально покоящемся бруске массой 100 г. Определить долю механической энергии, потерянной при ударе.

1.67. Вычислить работу, совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой 100 кг на высоту 4 м за время 2 с.

1.68. Молот массой 10 кг ударяет по небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне. Масса наковальни - 0,4 т. Считая удар неупругим, определить КПД удара молота о наковальню. Полезной считать энергию, пошедшую на деформацию куска железа.

1.69. Полезная мощность насоса - 10 кВт. Какой объем воды может поднять этот насос в течение часа с глубины 20 м?

1.70. Под действием постоянной силы F = 400 Н, направленной вертикально вверх, груз массой 20 кг был поднят на высоту 15 м. Какой потенциальной энергией будет обладать поднятый груз? Какую работу совершит сила F?

1.71. Какую часть общей кинетической энергии составляет энергия вращения для катящегося сплошного цилиндра, шара и обруча?

1.72. Шар массой 250 г и диаметром 6 см катится без скольжения по горизонтальной поверхности, делая 4 оборота в секунду. Какую работу надо совершить, чтобы остановить шар?

1.73. Медный шар радиусом 10 см катится по горизонтальной поверхности. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить скорость центра масс шара от 1 до 2 м/с? Трением пренебречь. Плотность меди принять равной 8600 кг/м^3.

1.74. Пуля массой 10 г летит со скоростью 800 м/с, вращаясь около продольной оси с частотой 3000 с$^{-1}$. Принимая пулю за цилиндр диаметром 8 мм, определить полную кинетическую энергию пули.

1.75. К ободу однородного сплошного диска массой 10 кг, насаженного на ось, приложена постоянная касательная сила 30 Н. Определить кинетическую энергию диска через 4 секунды после начала действия силы.

1.76. Маховик начинает вращаться из состояния покоя с постоянным угловым ускорением ε = 0,4 рад/с^2. Определить кинетическую энергию маховика через 25 секунд после начала движения, если через 10 секунд после начала движения момент импульса маховика составил 60 кг·м^2/с.

1.77. Расположенный горизонтально однородный цилиндр массой 10 кг вращается без трения вокруг своей оси под действием груза массой 1 кг, прикрепленного к легкой нерастяжимой нити, намотанной на цилиндр. Найти кинетическую энергию системы через 3,53 с после начала движения.

1.78. Сплошной однородный диск катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости со скоростью 10 м/с. Какое расстояние пройдет диск до остановки, если его предоставить самому себе? Коэффициент трения при движении диска равен 0,02.

1.79. С одной и той же наклонной плоскости скатываются тонкий диск и шар одинаковой массы. Какое из этих тел быстрее достигнет нижней точки плоскости? Зависит ли время скатывания от массы и радиусов диска и шара?

1.80. Платформа в виде диска массой 100 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, делая 10 оборотов в минуту. Человек массой 60 кг стоит на краю платформы. Какую работу совершит человек, если он перейдет в центр платформы? Человека считать материальной точкой, радиус платформы 1,5 м.

1.81. Пуля массой 10 г, летящая со скоростью 600 м/с, попадает в деревянный брусок массой 5 кг, висящий на нити длиной 1м, и застревает в нем. На какой угол отклонится нить от вертикали?

1.82. Сила F, действующая на тело массой 4 кг, возрастает со временем t по закону $F = 2t$ (сила - в ньютонах, время - в секундах). Определить работу силы за 10 секунд, ее мощность в момент времени $t = 10$ с и кинетическую энергию тела через 5 секунд после начала движения.

1.83. Автомобиль массой 1000 кг останавливается при торможении за 5 с, пройдя при этом равнозамедленно расстояние 25 м. Найти работу сил торможения и их среднюю мощность за время движения.

1.84. Трамвай движется с ускорением 0,49 м/с^2. Найти коэффициент трения, если известно, что 50% мощности мотора идет на преодоление силы трения и 50% – на увеличение скорости движения.

1.85. Материальная точка массой 2 кг движется прямолинейно под действием некоторой силы так, что координата со временем меняется по закону

$$x = B + Ct + Dt^2 ,$$

где B=10 м, C=–2 м/с; D=1 м/с^2. Какая работа совершается силой за первые 5 секунд? Какая мощность развивается при движении точки в момент времени 2 секунды?

1.86. Кинетическая энергия вращающегося маховика составляет 1 кДж. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав 80 оборотов, остановился. Определить момент силы торможения.

1.87. Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия шара равна 14 Дж. Определить кинетические энергии поступательного и вращательного движений шара.

1.88. Тонкий прямой стержень длиной 1 м прикреплен к горизонтальной оси, проходящей через его конец. Стержень отклонили на угол 60° от положения равновесия и отпустили. Определить линейную скорость нижнего конца стержня и линейную скорость его центра масс в момент прохождения через положение равновесия.

1.89. Однородному цилиндру сообщают начальный импульс, в результате чего он начинает катиться вверх по наклонной плоскости с начальной скоростью 3 м/с. Плоскость образует с горизонтом угол 20°. Определить: 1) на какую высоту поднимется цилиндр; 2) сколько времени он будет двигаться вверх до остановки; 3) какое время затратит цилиндр на скатывание вниз до исходного положения;4) скорость цилиндра в момент возвращения в исходное положение. Трением пренебречь.

1.90. Шар массой 300 г и радиусом 4 см начинает вращаться относительно оси, проходящей через центр масс, таким образом, что угол поворота зависит от времени по закону

$$\varphi = 4A\,t^4 + B\,,$$

где A = 4 рад/с^4, B = 5 рад. Найти работу, которую совершает над телом результирующий момент внешних сил за промежуток времени от t_1 = 2 с до t_2 = 2,5 с после начала движения.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2.1 Газовые законы. Молекулярно- кинетическая теория.

1. Основные термодинамические параметры

Состояние некоторой массы газа m определяется тремя термодинамическими параметрами: P, V, T. Здесь P – давление; V – объем; T – температура.

Закон, выражающий зависимость между этими параметрами, называется уравнением состояния $f(P, V, T) = 0$.

2. Дополнительные термодинамические параметры:

$\rho = \dfrac{m}{V}$ – плотность вещества;

μ – молярная масса (масса одного моля);

$\nu = \dfrac{m}{\mu}$ – число молей;

$n_0 = \dfrac{N}{V}$ – концентрация молекул, где N число всех молекул в объеме V;

$N = N_A \cdot \nu$, где N_A – число Авогадро (число молекул в 1 моле);

$m_0 = \dfrac{\mu}{N_A}$ – масса одной молекулы любого вещества.

3. Термодинамические процессы

Изотермический процесс при T = const; m = const.

Закон Бойля-Мариотта

$$PV = \text{const};$$

для 2-х состояний $P_1V_1 = P_2V_2$.

Изобарический процесс при P = const; m = const;

Закон Гей-Люссака

$$V = V_0 (1 + \alpha t); \ \alpha = \frac{1}{273} \text{град}^{-1};$$

для 2-х состояний $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$.

Изохорический процесс при V = const; m = const;

Закон Шарля

$$P = P_0 (1 + \quad t);$$

для 2-х состояний $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$.

4. Уравнение состояния идеального газа

Для любой массы газа (уравнение Клапейрона-Менделеева)

$$PV = \frac{m}{\mu} RT, \qquad \text{или} \quad PV = NkT,$$

где N – число молекул; R = 8,31 Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная; k = 1,38×10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана; $R = kN_a$, откуда следует

$$P = n_0 kT,$$

где n_0 – концентрация молекул.

. Закон Авогадро

Моли любых газов при одинаковой температуре и давлении занимают одинаковые объемы. При нормальных условиях P_0 = 1,01·10^5 Па, T = 273,15 К объем одного моля газа равен V_μ = 22,41·10^{-3} м^3/моль.

6. Давление смеси газов (закон Дальтона):

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + ... = \sum_{i=1}^{n} P_i \ ,$$

где P_i – парциальное давление i-го газа; n – число газов в смеси.

Молярная масса смеси газов:

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n} = \frac{\sum_i^n m_i}{\sum_i^n \nu_i} \ ,$$

где m_i – масса i-го газа, входящего в смесь; ν_i – число молей i-го газа, находящегося в смеси.

7. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов:

$$P = \frac{1}{3} n_0 m \overline{V}_{кв}^2 \ , \quad \text{или} \quad P = \frac{2}{3} n_0 \overline{\varepsilon} \ ,$$

где $V_{кв}$ – среднеквадратичная скорость молекул; $\overline{\varepsilon}$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы.

2.2. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

1. Распределение молекул по скоростям (закон Максвелла):

а) Число молекул, имеющих скорости в интервале от V до $(V + \Delta V)$:

$$\Delta N = N \cdot f(V) \Delta V = N \cdot 4\pi \left(\frac{m}{2\pi \ kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{mV^2}{2kT}} \cdot V^2 \cdot \Delta V \ ,$$

где N – число всех молекул; m – масса молекулы; $f(V)$ – функция распределения молекул по скоростям; e – основание натуральных логарифмов; k – постоянная Больцмана; $\frac{\Delta N}{N}$ – вероятность того, что ΔN молекул будут иметь скорости в интервале от V до $(V + \Delta V)$.

б) Число молекул, относительные скорости которых заключены в интервале от u до $u + \Delta u$:

$$\Delta N = N \cdot f(u)\Delta u = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N\, e^{-u^2} u^2 \Delta u\,,$$

где $u = V/V_{нв}$ – относительная скорость; V – скорость молекул; $V_{нв}$ – наиболее вероятная скорость.

2. Скорости молекул

Наиболее вероятная $$V_{нв} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}\,.$$

Средняя арифметическая $$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi\, m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\, \mu}}\,.$$

Среднеквадратичная $$V_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}\,.$$

3. Средняя кинетическая энергия молекулы:

а) для одноатомной молекулы $$\overline{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT\,;$$

б) число степеней свободы молекулы:

одноатомной	$i = 3$	(3 поступат.);
двухатомной	$i = 5$	(3 поступат. + 2 вращ.);
многоатомной	$i = 6$	(3 поступат. + 3 вращ.);

в) средняя энергия, приходящаяся на одну степень свободы:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}kT\,;$$

г) средняя энергия любой молекулы:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{i}{2}kT\,.$$

4. Распределение молекул по энергиям

Число молекул, энергии которых заключены в интервале от ε до $\varepsilon + \Delta\varepsilon$:

$$\Delta N = N \cdot f(\varepsilon)\Delta\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N \cdot \frac{e^{-\varepsilon/kT}}{(kT)^{3/2}} \cdot \varepsilon^{1/2} \cdot \Delta\varepsilon,$$

где $f(\varepsilon)$ – функция распределения молекул по энергиям.

5. Распределение частиц в поле силы тяжести

$$n = n_0 e^{-m_0 gh/kT} = n_0 e^{-\mu gh/RT},$$

где n –концентрация молекул на высоте h; n_0 – концентрация молекул на высоте 0.

6. Распределение давления в однородном поле силы тяжести

$$P = P_0 e^{-m_0 gh/kT} = P_0 e^{-\mu gh/RT},$$

где P – давление газа на высоте h; P_0 – давление газа на высоте 0.

7. Средняя длина свободного пробега молекул газа и число столкновений в секунду

$$\bar{l} = \frac{\bar{v}}{z} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_0},$$

где $\bar{l}$ – длина свободного пробега молекул; $\bar{v}$ – среднеарифметическая скорость; z – среднее число столкновений каждой молекулы с остальными в секунду; d – эффективный диаметр молекул; n_0 – концентрация молекул.

8. Явления переноса в термодинамически неравновесных системах

Диффузия. Закон Фика:

$$M = -D \frac{\Delta\rho}{\Delta x} \Delta S \, \Delta t,$$

где M – масса, перенесенная за время Δt при диффузии; $\frac{\Delta\rho}{\Delta x}$ – градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS; D – коэффициент диффузии:

$$D = \frac{1}{3}\bar{v}\,\bar{l} \text{ (для газа).}$$

Знак минус показывает, что перенос массы происходит в направлении, противоположном вектору градиента плотности, который направлен в сторону максимального возрастания плотности.

Внутреннее трение (вязкость). Закон Ньютона:

$$F = \eta\left|\frac{\Delta V}{\Delta x}\right|\Delta S,$$

где F – сила внутреннего трения, действующая между слоями жидкости или газа; η – коэффициент вязкости, $\eta = \frac{1}{3}\rho\,\bar{v}\,\bar{l}$ (для газа); $\frac{\Delta V}{\Delta x}$ – градиент скорости, направлен перпендикулярно площадке ΔS.

Теплопроводность. Закон Фурье:

$$Q = -\lambda\,\frac{\Delta T}{\Delta x}\,\Delta S\,\Delta t,$$

где Q – количество теплоты, перенесенное за время Δt через площадку ΔS; λ – коэффициент теплопроводности,

$$\lambda = \frac{1}{3}\rho\,c_V\,\bar{v}\,\bar{l} \text{ (для газа);}$$

c_V – удельная теплоемкость при постоянном объеме; $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ – градиент температуры в направлении, перпендикулярном площадке ΔS. Знак минус показывает, что перенос теплоты происходит в направлении, противоположном вектору градиента, который направлен в сторону максимального возрастания температуры.

Связь коэффициентов переноса

$$\eta = \rho D, \qquad \lambda = \eta C_v .$$

2.3 РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ

1.Уравнение Ван-дер-Ваальса для одного моля:

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT ,$$

где P – давление газа; V_m – молярный объем (объем 1 моля газа); a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса (рассчитанные на 1 моль газа), находятся по справочным таблицам; a/V_m^2 – внутреннее давление, обусловленное силами взаимодействия молекул; $(V_m - b)$ – "свободный" объем, доступный для движения молекул; $b = 4N_A\tilde{v}$ – "запрещенный" объем, недоступный для движения молекул; $\tilde{v}$ – объем молекулы, N_A – число Авогадро.

Для любого числа молей

$$\left(P + \frac{m^2}{\mu^2}\cdot\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = \frac{m}{\mu}RT ,$$

где $\frac{m^2}{\mu^2}\cdot\frac{a}{V^2}$ – внутреннее давление; $\left(V - \frac{m}{\mu}b\right)$ – "свободный" объем; $\frac{m}{\mu}b$ – "запрещенный" объем.

Связь критических параметров $V_{кр}$, $P_{кр}$, $T_{кр}$ с постоянными Ван-дер-Ваальса**:**

$$V_{m_{кр}} = 3b ; \qquad P_{кр} = \frac{a}{27b^2} ; \qquad T_{кр} = \frac{8a}{27Rb} .$$

2.4 . ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

1.Основные термодинамические понятия

$U = \frac{m}{\mu}\cdot\frac{i}{2}RT$ – внутренняя энергия (функция состояния термодинамической системы) идеального газа, где i – число степеней свободы молекулы данного газа;

Q – количество теплоты (зависит от вида процесса); $Q > 0$ при получении энергии системой; $Q < 0$ при отдаче энергии системой;

$$C_{np} = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_{np}$$ – теплоемкость (зависит от вида процесса);

C – молярная теплоемкость, c – удельная теплоемкость; $C = \mu c$; A – работа в термодинамике (зависит от вида процесса); $A > 0$ при совершении работы самой системой; $A < 0$ при совершении работы внешними силами над системой;

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$ – работа расширения идеального газа.

2. Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A$$ – интегральная форма первого начала термодинамики,

где Q – количество теплоты, полученное системой; ΔU – приращение внутренней энергии системы; A – работа, совершаемая системой.

$$dQ = dU + dA$$ – дифференциальная форма первого начала термодинамики.

$$Q_{np} = \frac{m}{\mu} C\Delta T = mc\Delta T$$ – общая формула для расчета количества теплоты.

3.Применение первого начала термодинамики к идеальным газам

$$dA = PdV$$ – элементарная работа.

Приращение внутренней энергии системы

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V dT = mc_V dT,$$

где $C_V = \frac{i}{2} R$ – молярная теплоемкость при постоянном объеме;

$c_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu}$ – удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Адиабатический процесс (табл. 1) $dQ = 0$

1) $PV^{\gamma} = \text{const}$; 2) $TV^{\gamma-1} = \text{const}$; 3) $T^{\gamma}P^{\gamma-1} = \text{const}$;

для двух состояний:

1) $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$; 2) $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$; 3) $T_1^{\gamma}P_1^{\gamma-1} = T_2^{\gamma}P_2^{\gamma-1}$,

где $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ – показатель адиабаты (коэффициент Пуассона);

$C_P = \frac{i+2}{2}R$ – молярная теплоемкость при постоянном давлении;

$c_P = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}$ – удельная теплоемкость при постоянном давлении,

$C_P - C_V = R$.

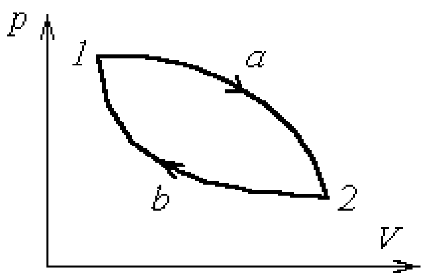
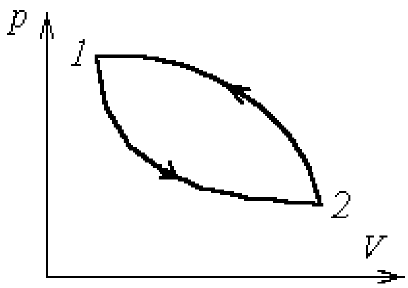
4. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам в идеальных газах

Таблица 1

Изопроцесс	1-е начало термодинамики	Теплоем-кости	Количество теплоты	Совершаемая работа
$T = \text{const}$ (изотерм.)	$dQ = dA$ $dU = 0$	$C \to \infty$	$Q = A$	$A = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1}$
$V = \text{const}$ (изохорич.)	$dQ = dU$ $dA = 0$	$C_V = \frac{i}{2}R$ $c_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu}$	$Q_V = \frac{m}{\mu}C_V\Delta T =$ $= mc_V\Delta T$	$A = 0$

$P = \text{const}$ (изобарич.)	$dQ = dU + dA$	$C_P = C_V + R$ $c_P = c_V + \frac{R}{\mu}$	$Q_P = \frac{m}{\mu} C_P \Delta T =$ $= m c_P \Delta T$	$A = P(V_2 - V_1)$
Адиабати-ческий	$dA = -dU$ $dQ = 0$	$C = 0$	$Q = 0$	$\frac{m}{\mu} \frac{RT}{(\gamma - 1)} \left[1 - \frac{V_1}{V_2}\right]^{\gamma - 1}$

5. Второе начало термодинамики. Круговой процесс (цикл)

	
– прямой цикл (принцип работы тепловой машины), работа цикла А > 0, численно равна площади 1a2b1.	– обратный цикл (принцип работы холодильной машины), работа цикла А < 0.

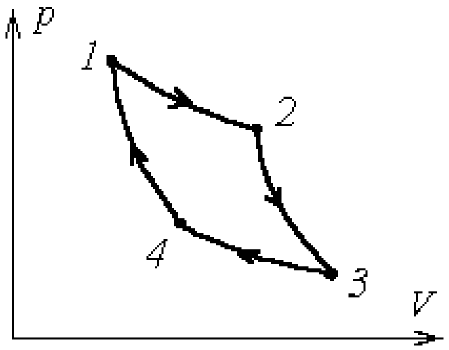
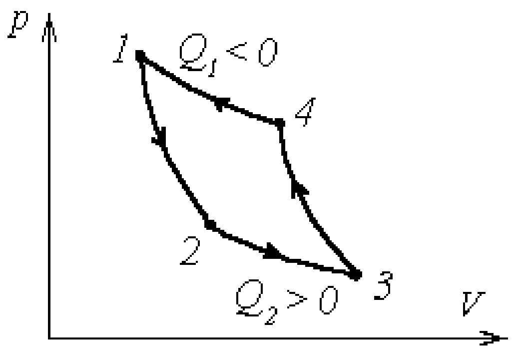
$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ – термический коэффициент полезного действия (КПД) тепловой машины в общем случае.

Здесь Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю.

$\varepsilon = \frac{Q_{отв}}{A'}$ – холодильный коэффициент холодильной машины,

где $Q_{отв}$ – теплота, отведенная от охлаждаемого тела; A' – работа, затраченная в цикле.

6. Цикл Карно

 Прямой цикл 1–2 – изотермическое расширение при температуре T_1 (нагревателя); 2–3 – адиабатическое расширение; 3–4 – изотермическое сжатие при температуре T_2 (охладителя); 4–1 – адиабатическое сжатие.	 Обратный цикл $Q_{отв} = Q_2$, $A' = -A = \lvert Q_1 \rvert - Q_2$

$$\eta_{Карно} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$ – коэффициент полезного действия идеальной машины Карно.

$$\varepsilon_{Карно} = \frac{Q_2}{\lvert Q_1 \rvert - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$ – холодильный коэффициент обратного цикла Карно.

7.Энтропия

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$ – изменение энтропии при обратимом процессе;

$$S = k \ln W$$ – статистическое толкование энтропии (формула Больцмана),

где k – постоянная Больцмана; W – термодинамическая вероятность;

$\Delta S \geq 0$ – закон возрастания энтропии в замкнутой системе.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Найти молярную массу воздуха, считая, что он состоит по массе из одной части кислорода и трех частей азота.

Решение

Воздух, являясь смесью идеальных газов, тоже представляет идеальный газ, и к нему можно применить уравнение Клапейрона - Менделеева

$$P_b V = \frac{m_b}{\mu_b} RT \; . \tag{1}$$

Для каждой компоненты смеси кислорода и азота запишем соответствующее уравнение:

$$P_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT \; ; \tag{2}$$

$$P_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT \; , \tag{3}$$

где P_1 и P_2 – парциальные давления кислорода и азота.

По закону Дальтона $P_b = P_1 + P_2$. Складываем (2) и (3), получим

$$(P_1 + P_2)V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) RT \; , \tag{4}$$

или на основании закона Дальтона

$$P_b V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) RT \; . \tag{5}$$

Сравнивая (1) и (5) и учитывая, что $m_b = m_1 + m_2$, имеем

$$\frac{m_1 + m_2}{\mu_b} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \; ,$$

откуда

$$\mu_b = \frac{m_1 + m_2}{\mu_1 m_2 + \mu_2 m_1} \mu_1 \mu_2 \; .$$

(6)

Подставляя в (6) $m_2 = 3m_1$ (по условию), найдем молярную массу воздуха

$$\mu_в = \frac{\mu_1\mu_2(m_1 + 3m_1)}{\mu_1 3m_1 + \mu_2 m_1} = \frac{4\mu_1\mu_2}{3\mu_1 + \mu_2},$$

где $\mu_1 = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль; $\mu_2 = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль. Подставляя значения, получим $\mu = 29\cdot10^{-3}$ кг/моль.

2. Определить долю молекул водорода, модули скоростей которых при температуре 27°С лежат в интервале от 1898 м/с до 1902 м/с.

Решение

В данной задаче удобнее воспользоваться распределением молекул по относительным скоростям. Доля молекул $\frac{\Delta N}{N}$, относительные скорости которых заключены в интервале от u до $u + \Delta u$, определяется формулой

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} \cdot u^2 \cdot \Delta u, \qquad (1)$$

где $u = \frac{V_1}{V_{нв}}$; $V_{нв}$ – наиболее вероятная скорость;

$$\Delta u = \left(\frac{V_2}{V_{нв}} - \frac{V_1}{V_{нв}}\right) = \frac{V_2 - V_1}{V_{нв}}.$$

С учетом этих выражений формула (1) примет вид

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4\left(V_1 / V_{нв}\right)^2 \cdot (V_2 - V_1)}{\sqrt{\pi} \cdot exp\left\{(V_1/V_{нв})^2\right\} \cdot V_{нв}}.$$

Для удобства сначала вычислим $V_{нв}$

$$V_{нв} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{1\cdot 8{,}31\cdot 300}{2\cdot 10^{-3}}} = 1579 \text{ (м/с)}$$

и отношение скоростей $\frac{V_1}{V_{нв}} = \frac{1898}{1579} = 1{,}2$.

Подставим численные значения в (1) и найдем долю молекул водорода, модули скоростей которых лежат в интервале от V_1 до V_2

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4(1{,}2)^2 \cdot (1902 - 1898)}{\sqrt{3{,}14} \cdot e^{1.44} \cdot 1579} = \frac{4 \cdot 1{,}44 \cdot 4}{1{,}77 \cdot 4{,}22 \cdot 1579} \approx 1 \cdot 10^{-3}.$$

3. 6,5 г водорода, находящегося при температуре 27°C, расширяется вдвое при P = const за счет притока тепла извне. Найти: 1) работу расширения; 2) изменение внутренней энергии; 3) количество теплоты, сообщенное газу.

Решение

Приступая к решению задачи, прежде всего надо выявить характер процесса, протекающего в газе, и использовать соответствующие формулы из таблицы 1.

1. Вычислим значения молярных теплоемкостей водорода, учитывая, что молекулы водорода двухатомные и число степеней свободы i = 5:

$$C_V = \frac{i}{2} R = \frac{5}{2} \cdot 8{,}31 = 20{,}8 \quad \text{Дж/(моль К)},$$

$$C_P = C_V + R = 20{,}8\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} + 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot K) = 29{,}1\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}$$

2. Используя условие задачи и уравнение для изобарического процесса $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, найдем температуру газа после расширения:

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot V_2}{V_1} = \frac{T_1 \cdot 2V_1}{V_1} = 2 \cdot T_1 = 600\ (\text{К}).$$

3. Вычислим изменение внутренней энергии и количество теплоты:

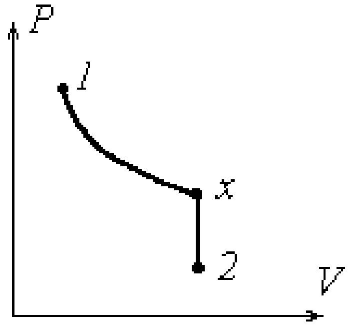
$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1) = \frac{6{,}5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 20{,}8 \cdot (600 - 300) = 20{,}3 \cdot 10^3 \ (\text{Дж});$$

$$Q_P = \frac{m}{\mu} C_P (T_2 - T_1) = \frac{6{,}5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 29{,}1 \cdot (600 - 300) = 28{,}4 \cdot 10^3 \ (\text{Дж}).$$

4. На основании первого начала термодинамики найдем работу расширения газа

$$A = Q_P - \Delta U = 28{,}4 \cdot 10^3 - 20{,}3 \cdot 10^3 = 8{,}1 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}.$$

4. Двухатомный идеальный газ, занимающий при давлении P_1 = 3·10^5 Па объем V_1 = 4 л, расширяется до объема V_2 = 6 л, при этом давление падает до значения P_2 = 10^5 Па**.** Процесс происходит сначала по адиабате, затем по изохоре. Определить работу сил давления газа, изменение его внутренней энергии и количество поглощенной теплоты при этом переходе.



Решение

1. Газ участвует в двух процессах: а) адиабатное расширение из состояния 1 в некоторое состояние *x*.

Как видно из рисунка, объем

$$V_x = V_2, \qquad (1)$$

давление P_x неизвестно; б) изохорический процесс из состояния *x* в состояние 2. Найдем P_x из уравнения адиабаты для двух состояний

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_x V_x^{\gamma}. \qquad (2)$$

Для двухатомного газа *i* = 5, следовательно

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = 1{,}4. \qquad (3)$$

Значение P_x получим на основании (1), (2) и (3), а именно

$$P_x = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} = 3 \cdot 10^5 \left(\frac{4 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} \right)^{1{,}4} = 1{,}7 \cdot 10^5 \text{ (Па)}.$$

Откуда видим, что $P_x > P_2$, и процесс 1-2 можно представить графически (рис. 1). Учтем, что ΔU_{1-2} не зависит от вида процесса, а зависит только от начального и конечного состояний. Следовательно,

$$\Delta U_{1-2} = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \, (T_2 - T_1).$$

Из уравнения Клапейрона - Менделеева для состояний 1 и 2 имеем

$$P_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \qquad \text{и} \qquad P_2V_2 = \frac{m}{\mu}RT_2 ,$$

откуда получим

$$\Delta U_{1-2} = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_1V_1) = \frac{5}{2}(10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3}) = -1500 \text{ (Дж)},$$

а это значит, что газ охлаждается.

2. Работа A_{1-2} есть сумма работ: $A_{1-2} = A_{1-x} + A_{x-2}$, где для изохоры x–2: A_{x-2} = 0, для адиабаты 1–x:

3.

$$A_{1-x} = -\Delta U_{1-x} = \frac{i}{2}(P_1V_1 - P_xV_1) = \frac{5}{2}(3 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} - 1{,}7 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3}) = 450 \text{ (Дж)},$$

т.е. $A_{1-2} = 450$ (Дж).

3. Количество теплоты Q_{1-2} складывается так же как сумма теплот: $Q_{1-2} = Q_{1-x} + Q_{x-2}$, где (табл.1) для адиабаты $Q_{1-x} = 0$, для изохоры x–2:

4.

$$Q_{x-2} = \Delta U_{x-2} = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_xV_2) = \frac{5}{2}(10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3} - 1{,}7 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3}) = -1050 \text{ (Дж)},$$

т.е. Q_{1-2} = – 1050 Дж, а это значит, что газ отдает тепло.

5. Кислород массой 0,2 кг нагревают от температуры 27°С до 127°С. Найти изменение энтропии, если известно, что начальное и конечное давление газа одинаковы.

Решение

Энтропия является функцией состояния термодинамической системы, изменение которой в случае обратимого процесса равно приведенной теплоте процесса, т.е.

$$dS = \frac{dQ}{T},$$

или в интегральной форме $\Delta S = S_2 - S_1 = \int\limits_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}$.

В нашем случае совершается обратимый изобарический процесс, для которого количество тепла при нагревании может быть найдено по формуле

$$dQ = \frac{m}{\mu} C_P \; dT .$$

Подставляя dQ_P в подинтегральное выражение, получим

$$\Delta S = \int\limits_{T_1}^{T_2} \frac{m}{\mu} C_P \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_P \ln \frac{T_2}{T_1} .$$

Используя формулу теплоемкости $C_P = \frac{i+2}{2} R$, где $i = 5$, получим

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{0{,}2 \cdot 7 \cdot 8{,}31}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 2} \ln \frac{400}{300} = 52 \text{ (Дж/К)}.$$

Контрольные задачи 2

2.1. Найти число молекул в 1 $см^3$ и плотность водорода при давлении 10^{-6} мм рт. ст. и температуре 17°С.

2.2. Как и во сколько раз изменится число молекул газа, заключенных в единице объема, если давление газа возрастет с 1 атм. до 3 атм., а температура повысится с 0°С до 273°С?

2.3. Определить число молей и число молекул кислорода, масса которого 0,5кг.

2.4. Сколько молекул содержится в 1 л воды и какой объем при нормальных условиях занимает водяной пар той же массы (водяной пар считать идеальным газом)?

2.5. Найти молярную массу смеси, состоящей из 20 г кислорода, 30 г азота и 60 г окиси углерода.

2.6. Баллон емкостью 12 л содержит углекислый газ. Давление газа 9 атм, температура 15°С. Определить массу газа и массу молекулы газа.

2.7. Сколько киломолей и сколько молекул газа находится в колбе объемом 240$см^3$, если температура газа 20°С и давление 750 мм рт. ст?

2.8. Найти число атомов, содержащихся в капельке ртути массой 2 г. Какова масса атома ртути?

2.9. Во фляжке емкостью 0,5 л находится 0,3 л воды. Турист пьет из нее воду, плотно прижав губы к горлышку так, что во фляжку не попадает наружный воздух. Сколько воды удается выпить туристу, если он может понизить давление оставшегося во фляжке воздуха до 80 кПа? Атмосферное давление считать равным 100 кПа.

2.10. В сосуде, объем которого 2 л, находится 0,2 моля кислорода. Определить концентрацию молекул газа.

2.11. В сосуде, объем которого 5 л, находится кислород массой 4 г при температуре 13°С. Определить внутреннюю энергию газа и давление газа на стенки сосуда.

2.12. Взрослый человек выдыхает в течение суток приблизительно 0,65 $м^3$ углекислого газа (предполагается, что газ приведен к нормальным условиям). Найти массу чистого углерода, выдыхаемого человеком.

2.13. В цилиндр длиной 1,6 м, заполненный воздухом при нормальном давлении, начали медленно вдвигать поршень, площадь основания которого 200$см^2$. Определить силу, действующую на поршень, если его остановить на расстоянии 10 см от дна цилиндра.

2.14. В воде на глубине 100 м находится шарообразный воздушный пузырь. На какой глубине пузырь должен расшириться в шар вдвое большего радиуса? Сил поверхностного натяжения не учитывать. Ускорение свободного падения принять равным 10 $м/с^2$.

2.15. Плотность серебра 15,5 г /$см^3$. Сколько атомов серебра содержится в 1$мм^3$?

2.16. Баллон емкостью 10 л содержит 2 г водорода и 14 г азота при температуре 25°С. Каково будет давление в баллоне, если в него дополнительно накачать 44 г углекислого газа? Температура при накачивании повысилась на 2°С.

2.17. 12,5 г кислорода находятся в баллоне емкостью 0,01 $м^3$. Какова средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа и средняя квадратичная скорость их движения, если давление газа 1 атм.?

2.18. В одном баллоне емкостью 15 $дм^3$ находится газ под давлением 0,2 МПа, а в другом – тот же газ под давлением 1 МПа. Баллоны соединены трубкой с краном. Если открыть кран, то в обоих баллонах устанавливается давление 0,4 МПа. Какова емкость второго баллона? Температура газа в баллонах одинакова.

2.19. Колба емкостью 0,5 л содержит азот при нормальных условиях. Сколько молекул газа находится в колбе?

2.20. Баллон емкостью 30 л содержит смесь водорода и гелия при температуре 300 К и давлении 0,8 МПа. Масса смеси 24 г. Определить массу водорода и массу гелия.

2.21. Найти число столкновений, испытываемых в течение 1 с молекулой кислорода при нормальных условиях. Диаметр молекулы кислорода считать равным 0,27 нм.

2.22. В закрытом сосуде емкостью 2 $м^3$ находится 1,4 кг азота и 2 кг кислорода. Найти давление газовой смеси в сосуде, если температура смеси 27°С. Определить массу молекул азота и кислорода.

2.23. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы водорода, а также суммарную кинетическую энергию всех молекул в одном моле водорода при температуре 190 К.

2.24. В сосуде объемом 10 л находится один моль водорода. Найти среднюю скорость молекулы водорода, если давление в сосуде равно 60 кПа.

2.25. Средняя арифметическая скорость молекулы метана равна 600 м/с. Какова при этом энергия одного моля метана?

2.26. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота при 0°С и при давлении 10^{-3} мм рт. ст. Диаметр молекулы равен 0,3 нм.

2.27. На какой высоте плотность кислорода уменьшается на 1%? Температура кислорода 27°С.

2.28. Предполагается, что мельчайшие пылинки, находящиеся в воздухе, можно рассматривать как гигантские молекулы и применять к ним закономерности молекулярно-кинетической теории. Определить, во сколько раз снижается концентрация пылинок при увеличении высоты на 5 см. Массу пылинок принять равной 10^{-19} кг. Температура воздуха равна 17°С. Движение воздушных масс не учитывать.

2.29. Средняя арифметическая скорость молекул азота при некоторой температуре равна 500 м/с. Найти внутреннюю энергию одного моля при этой температуре.

2.30. Газ занимает объем 1 л под давлением 0,2 МПа. Определить кинетическую энергию поступательного движения всех молекул, находящихся в данном объеме.

2.31. Определить наиболее вероятную скорость $V_{нв}$ молекул кислорода при 300°С и долю молекул, скорости которых лежат в интервале $V_{нв} \pm 1$ м/с.

2.32. Определить среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы двухатомного газа, если суммарная кинетическая энергия молекул одного киломоля этого газа 3,01 МДж.

2.33. Найти среднее число столкновений за 1 с и длину свободного пробега молекулы гелия, если газ находится под давлением 2 кПа при температуре 200 К. Эффективный диаметр молекулы $2 \cdot 10^{-10}$ м.

2.34. Найти давление атмосферы на высоте 5 км, если у поверхности Земли оно равно 1000 ГПа. Считать воздух газом с относительной молекулярной массой 29 и постоянной температурой 27°С. Движение воздушных масс не учитывать.

2.35. На какой высоте над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на поверхности? Температуру воздуха считать неизменной и равной 0°С.

2.36. Найти число столкновений в 1 с молекул некоторого газа, если длина свободного пробега при этих условиях равна $5 \cdot 10^{-4}$ см и средняя квадратичная скорость 500 м/с.

2.37. Баллон содержит азот массой 2 кг при температуре 7°С. Определить кинетическую энергию поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне.

2.38. На какой высоте плотность воздуха составляет 50% от плотности его на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной 0°С.

2.39. Определить энергию вращательного движения молекулы кислорода при температуре −173°С.

2.40. Вычислить среднюю энергию поступательного движения молекулы азота при температуре 137°С.

2.41. Вычислить энергию вращательного движения всех молекул водяного пара массой 36 г при температуре 20°С.

2.42. Определить полную кинетическую энергию молекул, содержащихся в киломоле азота при температуре 7°С.

2.43. Определить полную кинетическую энергию молекул углекислого газа массой 44 г при температуре 27°С.

2.44. Определить, во сколько раз показатель адиабаты для гелия больше, чем для углекислого газа.

2.45. Определить энергию поступательного движения молекул водяного пара массой 18 кг при температуре 16°С.

2.46. В сосуде находится газ, молярная масса которого $17 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Отношение теплоемкостей газа $C_p/C_v = 1,4$. Вычислить удельные теплоемкости c_p и c_v.

2.47. Определить удельную теплоемкость при постоянном давлении смеси, состоящей из 1 кг гелия и 1 кг кислорода.

2.48. Найти отношение C_p/C_v для смеси газов, состоящей из 10 г гелия и 4 г водорода.

2.49. Вычислить молярные и удельные теплоемкости газа, если относительная молекулярная масса его равна 30, а отношение теплоемкостей $C_p/C_v = 1{,}4$.

2.50. Из баллона, содержащего водород под давлением 1 МПа при температуре 290 К, выпустили половину находящегося в нем газа. Считая процесс адиабатическим, определить конечную температуру и давление.

2.51. Используя формулы молекулярно-кинетической теории, вычислить молярные и удельные теплоемкости аргона.

2.52. Известны удельные теплоемкости c_p = 912 Дж/(кг·К) и c_v = 649Дж/(кг·К). Определить молекулярный вес газа и число степеней свободы его молекул.

2.53. Найти количество теплоты, которое требуется сообщить смеси, состоящей из 0,5 кг кислорода и 1,5 кг азота, чтобы нагреть ее на 50°С при постоянном объеме.

2.54. Найти увеличение внутренней энергии гелия, изобарически расширившегося от объема 5 л до объема 10 л. Процесс происходил при давлении 0,2 МПа.

2.55. Объем газа при адиабатическом сжатии уменьшился в 10 раз, а давление увеличилось в 21,4 раза. Определить отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении к удельной теплоемкости при постоянном объеме для этого газа.

2.56. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме c_v и при постоянном давлении c_p смеси неона и водорода. Массовые доли газов, соответственно, равны 0,4 и 0,6.

2.57. В цилиндре под поршнем находится водород массой 0,2 кг при температуре 20°С. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в 5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем уменьшился в 5 раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и полную работу, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

2.58. Одноатомный газ занимает объем 4 м^3 и находится под давлением 0,8МПа. После изотермического расширения этого газа установилось давление 10^5Па. Определить: а) работу, совершенную газом при расширении; б) какое количество теплоты было поглощено газом в процессе расширения; в) как изменилась при этом внутренняя энергия газа.

2.59. Кислород массой 2 кг занимает объем 1 м^3 и находится под давлением 0,2МПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема 3м^3, а затем его давление возросло до 0,5 МПа при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и теплоту, переданную газу. Построить график процесса.

2.60. Два моля идеального двухатомного газа находятся под давлением $P_1 = 250$ кПа и занимают объем $V_1 = 20$ л. Сначала газ изохорически нагревают до температуры $T_2 = 400$ К. Далее изотермически расширяя, доводят до первоначального давления. После этого путем изобарического сжатия возвращают газ в начальное состояние. Определить термический КПД цикла.

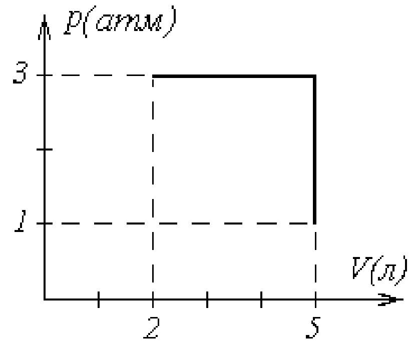
2.61. При адиабатическом расширении 1 кг воздуха его объем увеличился в 10 раз. Найти работу расширения, конечные давление и температуру, если начальное давление 1 атм, а начальная температура 15°С.

2.62. В четырехтактном двигателе Дизеля засосанный атмосферный воздух в объеме 10 л подвергается 12 - кратному сжатию. Предполагая процесс сжатия адиабатическим, определить конечное давление и температуру, если начальное давление и температура равны 1 атм. и 10°С. Найти также работу сжатия.

2.63. В цилиндре под поршнем находится воздух, объем которого 500 см^3 и давление 10^5 Па. Какую работу надо совершить, чтобы уменьшить объем газа вдвое? Рассмотреть два случая: 1) поршень при сжатии воздуха движется очень медленно; 2) поршень движется очень быстро.

2.64. Одному молю двухатомного газа сообщили 20 Дж тепла, в результате чего газ нагрелся на несколько градусов при постоянном объеме. Какое количество тепла надо сообщить 30 г метана, чтобы нагреть его на такое же число градусов при постоянном давлении

2.65. Некоторая масса азота переходит от первого состояния ко второму в два этапа: сначала по изохоре, затем по изобаре, как показано на рисунке. Определить изменение внутренней энергии, количество теплоты и произведенную работу.

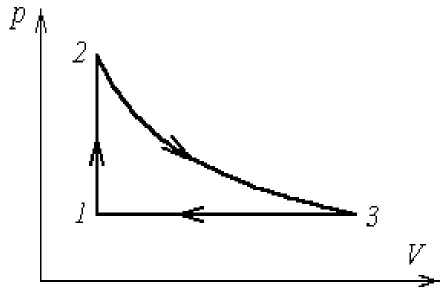


2.66. Определить количество теплоты, поглощаемого азотом массой 0,14 кг при нагревании его от температуры 0°С до 100°С, если процесс был изобарический.

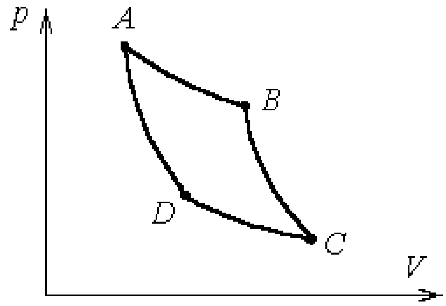
2.67. Двухатомный газ нагревают при постоянном объеме так, что его давление возрастает в 5 раз. Затем он изотермически расширяется, в результате чего его давление становится равным первоначальному. Найти отношение совершенной газом работы к полученному им количеству теплоты.

2.68. Один киломоль идеального газа совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. При этом объем газа изменяется от 25 м^3 до 50 м^3 и давление изменяется от 1 атм. до 2 атм. Во сколько раз работа, совершаемая при таком цикле, меньше работы, совершаемой при цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла, если при изотермическом расширении объем увеличился в 2 раза?

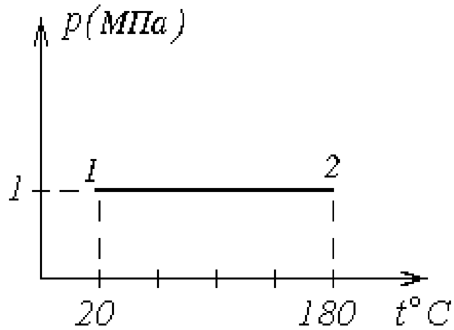
2.69. Один моль газа совершает цикл, состоящий из изохоры, изотермы и изобары, как показано на рисунке. Определить температуру для характерных точек цикла и работу цикла, если $V_1 = 0{,}015$ м^3, $P_1 = 10^5$ Па, $P_2 = 3\cdot10^5$ Па.



2.70. Двухатомный газ совершает цикл Карно, график которого изображен на рисунке. В состоянии *B* объем газа 12 л, давление 20 атм, а в состоянии *C* объем равен 16 л, давление 5 атм. Найти КПД цикла.



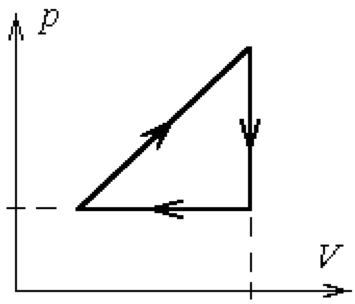
2.71. В цилиндре под поршнем находится азот массой 20 г. Газ переведен из состояния 1 в состояние 2 в результате процесса, изображенного на рисунке. Определить теплоту, переданную газу.



2.72. Баллон с кислородом емкостью 20 л при давлении 100 атм. и температуре 7°С нагревается до 27°С. Какое количество теплоты при этом поглощает газ?

2.73. Во сколько раз увеличится объем водорода, взятого в количестве 0,4 моля, если при изотермическом расширении при температуре 27°С он получает 800 Дж тепла?

2.74. Идеальный двухатомный газ совершает цикл, изображенный на рисунке. Найти к.п.д. цикла, если известно, что максимальная абсолютная температура цикла вдвое больше минимальной.



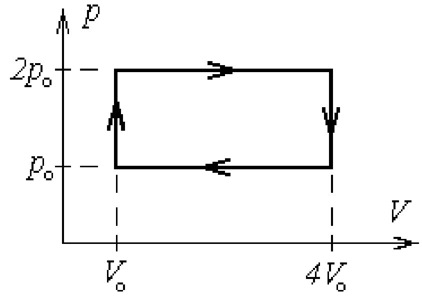
2.75. Газ, совершающий цикл Карно, получает от нагревателя 42 кДж теплоты. Какую работу совершает газ, если абсолютная температура нагревателя в три раза выше, чем температура холодильника?

2.76. При совершении цикла Карно газ получил от нагревателя 16,8 кДж энергии и совершил 5,6 кДж работы. Во сколько раз температура нагревателя выше температуры холодильника?

2.77. Двигатель работает как машина Карно и за цикл получает от нагревателя 3 кДж тепла. Температура нагревателя 600 К, температура холодильника 300 К. Найти совершаемую работу за цикл и количество теплоты, отдаваемое при этом холодильнику.

2.78. Газ совершает цикл Карно. Температура холодильника 290 К. Во сколько раз увеличится КПД, если температура нагревателя повысится от 400 К до 600 К?

2.79. Идеальный многоатомный газ совершает цикл, изображенный на рисунке. Определить термический КПД цикла.



2.80. Совершая замкнутый цикл, газ получил от нагревателя 9,8 кДж теплоты. Термический КПД цикла равен 0,25. Какую работу совершил газ? Какое количество теплоты газ отдал холодильнику?

2.81. При совершении цикла Карно газ совершил работу 1 кДж и отдал холодильнику 4 кДж теплоты. Во сколько раз температура нагревателя больше температуры холодильника?

2.82. Идеальный газ совершает цикл Карно при температурах теплоприемника 290 К и теплоотдатчика 400 К. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия цикла, если температура теплоотдатчика возрастет до 600 К?

2.83. Определить работу изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, если температуры нагревателя и холодильника 600 К и 300 К соответственно и газ получает от нагревателя за цикл 8 кДж теплоты.

2.84. Как ведет себя энтропия термодинамической системы при адиабатическом процессе?

2.85. Азот массой 0,5 кг нагревают изохорически от температуры 27°C до 127°C. Найти изменение энтропии.

2.86. При температуре 0°C расплавили 1 кг льда. Найти изменение энтропии льда, если теплота плавления льда равна $3{,}33 \cdot 10^5$ Дж/кг.

2.87. Один киломоль кислорода расширился изотермически вдвое. Найти изменение энтропии при этом процессе.

2.88. Смесь водорода массой 0,02 кг и кислорода 0,32 кг нагревают при постоянном давлении от 27°C до 327°C. Найти изменение энтропии смеси.

2.89. Стальная гиря массой 2 кг вынута из холодильной камеры с температурой −73°C и внесена в помещение с температурой +27°C. Найти изменение энтропии гири, если теплоемкость стали 460 Дж/(кг·К).

2.90. В чайнике при нормальном давлении выкипел стакан воды (200 г). Найти изменение энтропии этой воды, если скрытая теплота парообразования воды равна $2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг.

3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Закон Кулона

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2 \bar{r}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3},$$

где F – сила взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2; r – расстояние между зарядами; □ε –диэлектрическая проницаемость среды; ε_o – электрическая постоянная.

2. Напряженность электрического поля и потенциал

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0};$$

$$\varphi = \frac{\Pi}{q_0},$$

где П – потенциальная энергия точечного положительного заряда q_o, находящегося в данной точке поля (при условии, что потенциальная энергия заряда, удаленного в бесконечность, равна нулю).

3. Сила, действующая на точечный заряд, находящийся в электрическом поле, и потенциальная энергия этого заряда:

$$\vec{F} = \vec{E}\, q_0;$$

$$\Pi = \varphi\, q_0.$$

4. Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E_i}, \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i,$$

где $\vec{E}_i$ -□ напряженность и φ_i - потенциал в данной точке поля создаваемого i-м зарядом.

5. Напряженность и потенциал поля, создаваемого точечным зарядом:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}, \qquad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$$

где r – расстояние от заряда q до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

6. Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиусом R на расстоянии r от центра сферы:

а) $E = 0,$ $\qquad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R},$ $\qquad$ (при $r < R$) ;

б) $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2},$ $\qquad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R},$ $\qquad$ (при $r = R$);

в) $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2},$ $\qquad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$ $\qquad$ (при $r > R$) ,

где q – заряд сферы.

7. Линейная плотность заряда:

□□ $$\tau = \frac{dq}{dl}.$$

8. Поверхностная плотность заряда:

$$\sigma = \frac{dq}{dS}.$$

9. Объемная плотность заряда:

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

10. Напряженность и потенциал поля, создаваемого распределенными зарядами. Если заряд равномерно распределен вдоль линии с линейной плотностью □τ, то на линии выделяется малый участок длиной dl с зарядом dq = □□τdl. Такой заряд можно рассматривать как точечный и применять формулы

$$\overrightarrow{dE} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\,\frac{\vec{r}}{r}, \qquad d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от выделенного элемента dl к точке, в которой вычисляется напряженность.

Используя принцип суперпозиции электрических полей, находим интегрированием напряженность $\vec{E}$ и потенциал □ поля, создаваемого распределенным зарядом

$$\vec{E} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int \frac{dl}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{r}, \qquad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int \frac{dl}{r}.$$

Интегрирование ведется вдоль всей длины l заряженной линии.

11. Напряженность поля, создаваемого прямой бесконечной равномерно заряженной линией или бесконечно длинным цилиндром

$$E = \tau/2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r,$$

где r – расстояние от нити или оси цилиндра до точки, в которой вычисляется напряженность поля.

12. Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью

$$E = \sigma/2\varepsilon\varepsilon_0 .$$

13. Связь потенциала с напряженностью:

а) $\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\varphi$, или $\vec{E} = -\left(\vec{i}\,\dfrac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\,\dfrac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\,\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}\right)$ (в общем случае);

б) $E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d$ (в случае однородного поля);

в) $E = -\dfrac{d\varphi}{dr}$ (в случае поля с центральной или осевой симметрией).

14. Электрический момент диполя

$$\vec{p} = |q|\,\vec{l},$$

где q – заряд; l – плечо диполя.

3.1 ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

1. Электроемкость

$$C = q/\varphi \quad \text{или} \quad C = q/U,$$

где φ – потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника равен нулю); U – разность потенциалов пластин конденсатора.

2. Электроемкость уединенной проводящей сферы радиусом R

$$C = 4\pi\varepsilon_o R.$$

3. Электроемкость плоского конденсатора:

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d,$$

где S – площадь пластины (одной) конденсатора; d – расстояние между пластинами.

4. Электроемкость батареи конденсаторов:

а) $\dfrac{1}{C} = \sum\limits_{i=1}^{N} \dfrac{1}{C_i}$ (при последовательном соединении);

б) $C = \sum\limits_{i=1}^{N} C_i$ (при параллельном соединении),

где N – число конденсаторов в батарее.

3.2 ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

1. Работа сил поля по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2:

$$A_{12} = q\,(\varphi_2 - \varphi_1).$$

2. Энергия заряженного конденсатора

$$W = {}^{qU}\!/_{2}\,,\quad W = {}^{CU^2}\!/_{2}\,,\quad W = {}^{q^2}\!/_{2C}\,.$$

3.3 ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. а) Закон Ома для однородного участка цепи, не содержащего э.д.с.

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} \qquad \text{или} \qquad I = \frac{U}{R}\,,$$

где φ_1 - φ_2 – разность потенциалов на концах участка цепи; R– сопротивление участка;

б) $I = \dfrac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R}$ для не однородного участка цепи, содержащего э.д.с.,

где ε– э.д.с. источника тока; R – полное сопротивление участка (сумма внешнего и внутреннего сопротивлений источника тока);

в) $I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$, для замкнутой цепи,

где R– сопротивление внешней цепи; r– внутреннее сопротивление источника тока.

2. Правила Кирхгофа

а) $\sum\limits_i I_i = 0$;

б) $\sum\limits_i I_i R_i = \sum\limits_i \varepsilon_i$,

где $\sum\limits_i I_i$ – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле; $\sum\limits_i I_i R_i$ – алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления; $\sum\limits_i \varepsilon_i$ – алгебраическая сумма э.д.с.

3. Сопротивление R и проводимость G проводника

$$R = \rho l / S, \qquad G = \gamma S / l,$$

где ρ – удельное сопротивление; γ – удельная проводимость; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

4. Сопротивление системы проводников:

а) $R = \sum_i R_i$ (при последовательном соединении);

б) $\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$ (при параллельном соединении),

где R_i – сопротивление i-го проводника.

5. Работа тока: $A = I\,U\,t$, $A = I^2 R\,t$, $A = U^2 t / R$.

Первая формула справедлива для любого участка цепи, на концах которого поддерживается напряжение U; последние две – для участка, не содержащего э.д.с.

6. Мощность тока: $P = IU$, $P = I^2 R$, $P = U^2 / R$.

7. Закон Джоуля–Ленца: $Q = I^2 R\,t$.

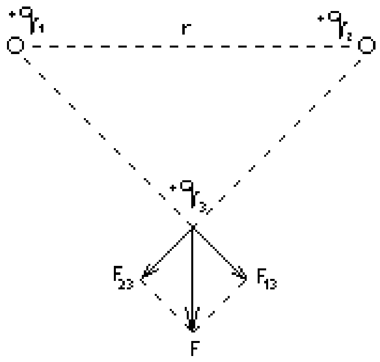
8. Закон Ома в дифференциальной форме: $\vec{j} = \gamma \vec{E}$,

где γ– удельная проводимость; $\vec{E}$ – напряженность поля; $\vec{j}$ – плотность тока.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Два равных по величине заряда $3 \cdot 10^{-9}$ Кл расположены в вершинах при острых углах равнобедренного прямоугольного треугольника на расстоянии $2\sqrt{2}$ см. Определить, с какой силой эти заряды действуют на третий заряд $1 \cdot 10^{9}$Кл, расположенный в вершине при прямом угле треугольника. Рассмотреть два случая: первые два заряда одноименные, эти же заряды разноименные.

Решение

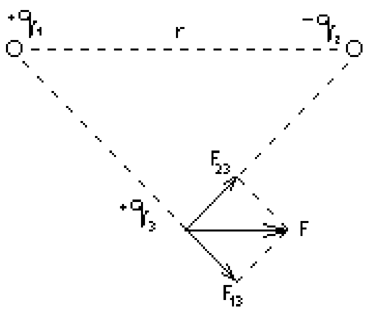


Сила взаимодействия между двумя точечными зарядами определяется законом Кулона

$$F = \frac{q_i\, q_3}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\ ;\quad (\, i = 1{,}2\ )$$

По принципу суперпозиции поле каждого заряда q_1 и q_2 действует на заряд q_3 независимо.

Вследствие этого на заряд q_3 действуют независимо силы $\vec{F}_{13}$ и $\vec{F}_{23}$. Векторная сумма этих сил $\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$ будет искомой величиной. Как видно из рисунка, сила $\vec{F}$ в обоих случаях будет одинаковой по абсолютной величине. Перейдем от векторного к скалярному выражению сил. Введем обозначение $F_{13} = F_{23} = F_3$. Тогда из геометрических соображений



$$F = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} = \sqrt{2}\, F_3 = \sqrt{2}\,\frac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_{13}^2},$$

где r_{13} (или r_{23}) - расстояние между зарядами q_1 и q_3 и (или) q_2 и q_3. Величина $r_{13} = r/\sqrt{2}$.

Подставляя числовые значения, определим $F = 9{,}5\cdot10^{-5}$ Н.

2. Заряд $+1\cdot10^{-9}$ Кл переносится из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 1 см от поверхности заряженного шара радиусом 9 см. Поверхностная плотность положительного заряда 10^{-4} Кл/м^2. Определить совершаемую при этом работу. Какая работа совершается на последних 10 см пути?

Решение

Работа внешней силы A_1 по перемещению заряда q из одной точки поля с потенциалом φ_1 в другую с потенциалом φ_2 равна по абсолютной величине, но противоположна по знаку работе A'_1 сил поля по перемещению заряда между этими точками поля, т.е. $A_1 = -\bar{A}'_1$. Работа сил электрического поля определяется по формуле $A'_1 = q\ (\varphi_1 - \varphi_2)$. Тогда

$$A_1 = q\ (\varphi_2 - \varphi_1), \tag{1}$$

где φ_1 – потенциал в начальной точке; φ_2 – потенциал в конечной точке.

Потенциал, создаваемый заряженным шаром радиусом R в точке на расстоянии r от его поверхности, определяется по формуле

$$\varphi = q_0 / [4\pi\varepsilon\varepsilon_0 (R + r)], \tag{2}$$

где $q_0 = 4\pi R^2\sigma$ –заряд шара.

Потенциал φ_1 в бесконечно удаленной точке (при $r = \infty$) будет равен нулю. Потенциал φ_2 из (2) подставим в (1) и после преобразований получим

$$A_1 = q\sigma R^2 / [\varepsilon\varepsilon_0 (R + r)]. \tag{3}$$

Подставляя числовые значения в (3), получаем $A_1 = 9{,}2$ Дж.

Работу на последних 10 см пути можно определить по формуле

$$A_2 = q\ (\varphi_2 - \varphi_1'), \tag{4}$$

где $\varphi_1 = q_0 \left[4\pi\varepsilon\varepsilon_0\ (R + r_1 + r_2)\right]$ – потенциал в точке на расстоянии (R + r_1 + r_2) от центра шара. Подставляя выражение φ_1 и φ_2 в (4), после преобразований получаем

$$A_2 = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0 (R + r_1)} - \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0 (R + r_1 + r_2)}. \tag{5}$$

Первое слагаемое в (5) численно равно A_1. Подставим числовые значения и вычислим $A_2 = 4{,}6 \cdot 10^{-4}$ Дж.

3. Два точечных электрических заряда $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -2$ нКл находятся в воздухе на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ поля , создаваемого этими зарядами в точке A, удаленной от заряда q_1 на расстояние $r_1 = 9$ см и от заряда q_2 на $r_2 = 7$ см.

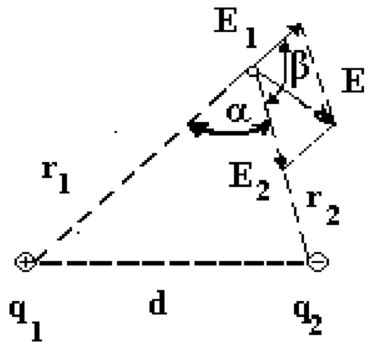
Решение

Согласно принципу суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Напряженности электрического поля, создаваемого в воздухе (ε = 1) зарядами q_1 и q_2:

$$E_1 = q_1 \big/ 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1^2 , \tag{1}$$

$$E_2 = q_2 \big/ 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2^2 . \tag{2}$$

Как видно из рисунка, вектор $\vec{E}_1$ направлен по силовой линии от заряда q_1, так как заряд q_1 положителен; вектор $\vec{E}_2$ направлен также по силовой линии, но к заряду q_2, так как заряд q_2 отрицателен. Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов



$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 \times E_2 \times \cos\beta}$$

где β – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d, т.к. β = π – α.

Из треугольника находим

$$\cos\alpha = \left(d^2 - r_1^2 - r_2^2\right) \big/ 2r_1 r_2 .$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение cos α вычислить отдельно: cos α = –0,238. Следовательно, cosβ = 0,238. Подставляя выражения E_1 из (1) и E_2 из (2) и вынося общий множитель $1/(4\pi\varepsilon_0)$ за знак корня, получаем

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - 2\frac{q_1 q_2}{r_1^2 r_2^2}\cos\beta}. \tag{3}$$

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами q_1 и q_2, равен алгебраической сумме потенциалов, т.е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 . \quad (4)$$

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом q на расстоянии r от него, выражается формулой

$$\varphi = q / (4\pi\varepsilon_0 r). \quad (5)$$

В нашем случае согласно формулам (4) и (5) получим

$$\varphi = q_1 / (4\pi\varepsilon_0 r_1) + q_2 / (4\pi\varepsilon_0 r_2) \text{ или } \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

Произведя вычисления, получим E= 3,58 кВ/м. При вычислении $\vec{E}$ знак заряда q_2 опущен, так как знак заряда определяет направление вектора напряженности, а направление E_2 было учтено при его графическом изображении на рисунке. Потенциал поля $\varphi = -157$ В.

4. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии 1 см, приложена разность потенциалов 200 В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная стеклянная пластина (ε_1= 7) толщиной 9 мм. Конденсатор отключают от источника напряжения и после этого вынимают пластину. Определить разность потенциалов между пластинами конденсатора. Во сколько раз изменится энергия конденсатора?

Решение

Разность потенциалов между пластинами конденсатора в случае отключения его от источника напряжения находится из условия, что заряд на его пластинах остается неизменным, т.е.

$$C_1 U_1 = C_2 U_2, \quad (1)$$

где C_1 и C_2 – емкости конденсатора; U_1 и U_2 – разности потенциалов.

В условиях данной задачи конденсатор вначале является слоистым и его емкость C_1 находится по формуле для определения емкости батареи последовательно соединенных конденсаторов:

$$C_1 = \varepsilon_0 S \bigg/ \left[\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{(d_0 - d_1)}{\varepsilon_2}\right], \quad (2)$$

где S – площадь пластин; ε_1 и ε_2 – диэлектрические проницаемость стекла и воздуха; d_1 – толщина стеклянной пластины; d_0 – зазор между пластинами.

После удаления стеклянной пластины из зазора конденсатор становится простейшим плоским конденсатором с емкостью

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d_0}. \tag{3}$$

Разность потенциалов U_2, которая устанавливается после удаления из зазора стеклянной пластины, определим из формулы (1), подставляя в нее (2) и (3) и производя соответствующие преобразования:

$$U_2 = \frac{C_1}{C_2} U_1 = \frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1 \varepsilon_2 + (d_0 - d_1)\varepsilon_1} U_1. \tag{4}$$

Подставим числовые значения в (4), получаем $U_2 = 976$ В.

Энергия конденсатора равна

$$W = CU^2/2.$$

Изменение энергии конденсатора найдем, узнав отношение энергии конденсаторов:

$$W_2 / W_1 = C_2 U_2^2 / (C_1 U_1^2). \tag{5}$$

Отношение (5) можно представить в виде

$$W_2 \big/ W_1 = C_2 U_2 U_2 \big/ C_1 U_1 U_1.$$

Так как по условию $C_1 U_1 = C_2 U_2$, то

$$W_2 / W_1 = U_2 / U_1 = 4{,}38.$$

5. Определить максимальную мощность, которая может выделяться во внешней цепи, питаемой от батареи с э.д.с. 12 В, если наибольшая сила тока, которую может дать батарея, равна 5 А.

Решение

Используем закон Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \tag{1}$$

где R– сопротивление внешней цепи; r– внутреннее сопротивление источника тока.

Мощность тока P, выделяемая во внешней цепи, определяется по формуле $N= I^2R$. Преобразуем это выражение, используя (1):

$$N = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}. \tag{2}$$

Таким образом, мощность зависит от сопротивления внешней цепи R. Мощность будет максимальной при таком значении R, при котором первая производная $\frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dR}}$ обращается в нуль. Возьмем первую производную

$$\frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dR}} = \frac{\mathrm{E}^2(\mathrm{r}^2 - \mathrm{R}^2)}{(\mathrm{R}+\mathrm{r})^2}. \tag{3}$$

Из (3) видно, что $\frac{dN}{dR} = 0$ при $R = r$. Определим r. Максимальный ток возникает при коротком замыкании цепи, т.е. когда внешнее сопротивление $R = 0$. Исходя из этого, $I_{макс} = \frac{\varepsilon}{r}$, откуда $r = \frac{\varepsilon}{I_{макс}}$, а значит,

$$R = \frac{\varepsilon}{I_{макс}}. \tag{4}$$

Подставив (4) и (2) и выполнив преобразования, получим

$$N_{макс} = \frac{\varepsilon\, I_{макс}}{4}. \tag{5}$$

Вычисления: $N = 15$ Вт.

6. Определить ускоряющую разность потенциалов, которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью 10^6 м/с, чтобы скорость его возросла в 2 раза.

Решение

Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу A сил электростатического поля, которая определяется произведением

$$A=eU. \tag{1}$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона

$$A=T_2-T_1=\frac{mV_2^2}{2}-\frac{mV_1^2}{2}, \tag{2}$$

где T_1 и T_2 – кинетические энергии электрона до и после прохождения ускоряющего поля; m– масса электрона; V_1 и V_2 – начальная и конечная его скорости. Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$eU=\frac{mn^2V_1^2}{2}-\frac{mV_1^2}{2},$$

где $n= V_2/V_1$**.** Отсюда искомая разность потенциалов

$$U=\frac{mV_1^2\left(n^2-1\right)}{2e}. \tag{3}$$

Произведем вычисления: U= 8,53 В.

7. Потенциометр с сопротивлением R=100 Ом подключен к батарее, э.д.с. которой ε = 150 В и внутреннее сопротивление r = 50 Ом. Определить: 1) показание вольтметра с сопротивлением $R_в$ = 500 Ом, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом, установленным посередине потенциометра; 2) разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключении вольтметра.

Решение

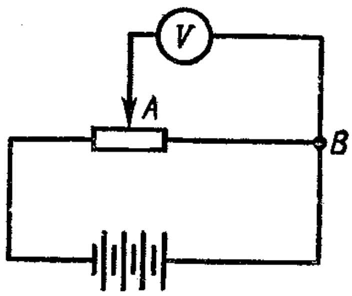
1. Показание вольтметра, подключенного к точкам A и B как показано на рисунке, определим по формуле

$$U_1=I_1R_1, \tag{1}$$

где R_1– суммарное сопротивление вольтметра и потенциометра, которые соединены параллельно; I_1 – сила тока в ветвях этого соединения. Силу тока I_1 найдем по закону Ома для полной цепи:

$$I_1 = \varepsilon / (R_e + r), \tag{2}$$

где R_e сопротивление внешней цепи. Это сопротивление есть сумма двух сопротивлений



$$R_e = R/2 + R_1. \tag{3}$$

Сопротивление R_1 найдем по формуле параллельного соединения проводников $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_в} + \frac{2}{R}$, откуда

$$R_1 = \frac{RR_в}{R + 2R_в}. \tag{4}$$

Подставив в (2) выражение R_e по (3), найдем

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{\left(R/2\right) + R_1 + r}. \tag{5}$$

В данном случае решение задачи в общем виде было бы громоздким. Поэтому удобно вычисления величин провести раздельно: R_1 = 45,5 Ом**;** I_1=1,03 А; U_1 = 46,9 В.

2. Разность потенциалов между точками А и В при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра:

$$U_2 = \frac{I_2 R}{2}, \qquad (6)$$

где I_2 – сила тока в цепи при отключенном вольтметре. Ее определим по формуле

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{(R+r)}.$$

Подставив выражение I_2 в (6), найдем

$$U_2 = \frac{\varepsilon\, R}{2(R+r)}.$$

Произведем вычисления: U_2= 50 В.

Таким образом, в результате вычислений мы получили: 1) U_1 = 46,9 В; 2) U_2= 50 В.

Контрольные задачи 3

3.1. Два точечных заряда находятся в воде на расстоянии l друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. Во сколько раз необходимо изменить расстояние между ними, чтобы они взаимодействовали с той же силой в воздухе?

3.2. Два шарика одинакового объема, обладающие массой $0{,}6 \cdot 10^{-3}$ г каждый, подвешены на шелковых нитях длиной 0,4 м так, что их поверхности соприкасаются. Угол, на который разошлись нити при сообщении шарикам одинаковых зарядов, равен 60°. Найти величину зарядов и силу электрического отталкивания. Пояснить рисунком.

3.3. Два шарика массой 1г каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити – 10 см. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол 60°?

3.4. Точечные заряды 20 мкКл и –10 мкКл находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 3 см от первого и на 4 см от второго заряда. Определить также силу, действующую в этой точке на точечный заряд l мкКл.

3.5. Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α. Шарики погружаются в масло. Какова плотность масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $1{,}5 \cdot 10^3$кг/м^3, диэлектрическая проницаемость масла 2,2.

3.6. В центр квадрата, в каждой вершине которого находится заряд 2,33 нКл, помещен отрицательный заряд. Найти величину этого заряд, если на каждый заряд действует результирующая сила, равная 0.

3.7. Два шарика массами по 0,5 г подвешены на шелковых нитях длиной 1 м каждая в одной точке. При сообщении шарикам зарядов они разошлись на 4 см. Определить заряд каждого шарика и силу их электростатического отталкивания.

3.8. Шарики массами 1 и 10 г заряжены. Заряд первого равен $3 \cdot 10^{-14}$ Кл. Определить заряд второго шарика, если известно, что сила их кулоновского отталкивания уравновешивается силой взаимного тяготения.

3.9. В вершинах равностороннего треугольника со сторонами 4 см находятся равные заряды $3 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определить напряженность поля в точке, лежащей на середине стороны треугольника.

3.10. Расстояние между двумя точечными зарядами $+3{,}3 \cdot 10^{-7}$ Кл и $-3{,}3 \cdot 10^{-7}$ Кл равно 1 см. Найти напряженность поля в точке, находящейся на перпендикуляре, восстановленном к середине линии, соединяющей оба заряда на расстоянии 1 см от нее.

3.11. Чему равна напряженность поля в центре квадрата, в вершинах которого последовательно расположены заряды 1, 2, 3 и 4 Кл? Сторона квадрата равна 10 см.

3.12. Два заряда $1 \cdot 10^{-7}$ и $1 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся на расстоянии 40 см один от другого. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния 15 см?

3.13. Два равных точечных заряда 10^{-8} Кл каждый находятся на расстоянии 1м друг от друга. Вычислить напряженность и потенциал в точке поля, находящейся на середине расстояния между зарядами. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния 0,5 м?

3.14. Три одинаковых точечных заряда по 2 нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной 10 см. Определить модуль и направление силы, действующей на один из зарядов со стороны двух других.

3.15. Два положительных точечных заряда q и $9q$ закреплены на расстоянии 100 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии.

3.16. Четыре одинаковых заряда 40 нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной 10 см. Найти силу, действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

3.17. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $8 \cdot 10^{-10}$ Кл. Какой отрицательный заряд нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

3.18. На расстоянии 20 см находятся два точечных заряда –50 нКл и 100 нКл. Определить силу, действующую на заряд –10 нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное 10 см.

3.19. Расстояние между двумя точечными зарядами 2 нКл и 4 нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд так, чтобы система зарядов находилась в равновесии.

3.20. Расстояние между зарядами 100 нКл и –50 нКл равно 10 см. Определить силу, действующую на заряд 1 мкКл, отстоящий на 12 см от первого заряда и на 10 см от второго заряда.

3.21. Определить потенциал в начальной точке перемещения заряда $-6 \cdot 10^{-8}$ Кл, движущегося в поле заряда $+4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Энергия, затраченная на перемещение заряда, равна $6 \cdot 10^{-5}$ Дж, а потенциал конечной точки 1500 В. Установить, на каком расстоянии находились заряды в начале и в конце перемещения.

3.22. Пылинка, несущая заряд $12{,}2 \cdot 10^{-9}$ Кл, притянулась к равномерно заряженной плоскости площадью 2 $м^2$ с зарядом 10^{-5} Кл/$м^2$. Определить, какое расстояние при этом пролетает пылинка, если работа, совершенная полем, равна $56 \cdot 10^{-5}$ Дж.

3.23. Определить потенциал точки поля, находящегося на расстоянии $5 \cdot 10^{-2}$ м от центра заряженного шара, если напряженность поля в этой точке $3 \cdot 10^{5}$ В/м. Определить величину заряда шара.

3.24. Два металлических шарика радиусами 5 см и 10 см имеют заряды 40 нКл и –20 нКл, соответственно. Найти энергию, которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.

3.25. Четыре одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала 10 В, сливаются в одну. Каков потенциал образовавшейся капли?

3.26. В поле заряда $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ Кл перемещается заряд $-3 \cdot 10^{-8}$ Кл. Вычислить работу, совершаемую полем, если перемещение происходило между точками с напряженностью 400 и $2 \cdot 10^{4}$ В/м.

3.27. Конденсатор с парафиновым диэлектриком емкостью $4{,}42 \cdot 10^{-11}$ Ф заряжен до разности потенциалов 150 В. Напряженность поля внутри конденсатора $6 \cdot 10^{2}$ В/м. Определить площадь пластин конденсатора, энергию поля конденсатора и поверхностную плотность заряда на пластине.

3.28. Определить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов 400 нКл и 20 нКл, находящихся на расстоянии 5 см друг от друга.

3.29. Два конденсатора емкостью 5 мкФ и 8 мкФ соединены последовательно и присоединены к батарее с э.д.с. 80 В. Определить заряды конденсаторов и разности потенциалов между их обкладками.

3.30. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом 10 см каждая. Расстояние между пластинами - 2 мм. Конденсатор присоединен к источнику напряжением 80 В. Определить заряд и напряженность поля конденсатора в двух случаях: а) диэлектрик – воздух; б) диэлектрик – стекло.

3.31. К батарее с э.д.с. 300 В подключены два плоских конденсатора с емкостями 2 пФ и 3 пФ. Определить заряд и напряжение на пластинах конденсаторов при последовательном и параллельном соединениях.

3.32. В горизонтально расположенном плоском воздушном конденсаторе в равновесии удерживаются пылинки с зарядом $4{,}8 \cdot 10^{-19}$ Кл. Какова масса пылинки, если разность потенциалов на пластинах 60 В, а расстояние между ними $12 \cdot 10^{-3}$ м?

3.33. Между обкладками плоского конденсатора с площадью пластины 22 см^{2}, находится стекло толщиной 1,4 мм, на которое нанесен парафин слоем 4 мм. Определить емкость конденсатора и падение потенциала в каждом слое, если разность потенциалов на пластинах 1 кВ.

3.34. Конденсатор емкостью 667 пФ зарядили до разности потенциалов l,5 кВ и отключили от источника напряжения. Затем к нему параллельно присоединили незаряженный конденсатор емкостью 444 пФ. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов.

3.35. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектрика: слоем стекла, толщиной 0,2 см и слоем парафина толщиной 0,3 см. Разность потенциалов между обкладками 300 В. Определить напряженность поля и падение напряжения в каждом из слоев.

3.36. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно в батарею, которая подключена к источнику тока с э.д.с. 12 В. Определить, насколько изменится напряжение на одном из конденсаторов, если другой погрузить в трансформаторное масло.

3.37. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью 100 пФ каждый соединены в батарею последовательно. Определить, насколько изменится емкость батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить парафином.

3.38. Найти энергию поляризованного слюдяного диэлектрика, находящегося в конденсаторе, если площадь пластины конденсатора 25 см^2, толщина диэлектрика 9 мм и пластины заряжены до напряжения 2 кВ.

3.39. Батарея из последовательно соединенных конденсаторов емкостью 10^{-9} и $5\cdot10^{-9}$ Ф заряжена до напряжения 2 кВ. Какое количество электричества запасено в батарее?

3.40. Расстояние между пластинами слюдяного конденсатора - 2,2 мм, а площадь каждой пластины - $6\cdot10^{-4}$ м^2. Пластины притягивают с силой 0,04 Н. Определить разность потенциалов между пластинами и электрическую емкость конденсатора.

3.41. Батарею из двух конденсаторов емкостью $3\cdot10^{-10}$ и $4,5\cdot10^{-10}$ Ф соединили последовательно, включили в сеть с напряжением 220 В. Потом батарею отключили от сети, а конденсаторы соединили параллельно. Каково напряжение на зажимах полученной батареи конденсаторов?

3.42. Протон, двигаясь в электрическом поле, приобрел скорость 400 м/с. Какую ускоряющую разность потенциалов он пролетел?

3.43. В элементарной теории атома водорода принимают, что электрон обращается вокруг протона по круговой орбите. Какова скорость обращения электрона, если радиус орбиты принять равным. $0,53\cdot10^{-10}$ м?

3.44. Электрон движется по направлению силовых линий однородного поля напряженностью 2,4 В/м. Какое расстояние он пролетит в вакууме до полной остановки, если его начальная скорость $2\cdot10^6$ м/с? Сколько времени будет длиться полет?

3.45. Пылинка массой 200 мкг, несущая на себе заряд 40 нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов 200 В пылинка имела скорость 10 м/с. Определить скорость пылинки до того, как она влетела в поле.

3.46. Расстояние между пластинами плоского конденсатора - 2 мм, разность потенциалов - 600 В. Заряд каждой пластины - 40 нКл. Определить энергию поля конденсатора и силу взаимного притяжения пластин.

3.47. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы получить скорость $8\cdot10^6$ м/с?

3.48. На пластинах плоского воздушного конденсатора с площадью пластин 150 см^2 находится заряд $5\cdot10^{-8}$ Кл. Какова сила взаимного притяжения между пластинами?

3.49. Электрон с начальной скоростью $3\cdot10^6$ м/с влетел в однородное электрическое поле напряженностью 150 В/м. Вектор начальной скорости перпендикулярен линиям напряженности электрического поля. Определить: 1) силу, действующую на электрон; 2) ускорение, приобретаемое электроном; 3) скорость электрона через 0,1 мкс.

3.50. Плоский конденсатор с площадью пластин 200 см^2 каждая заряжен до разности потенциалов 2 кВ. Расстояние между пластинами – 2 см. Диэлектрик – стекло. Определить энергию поля конденсатора.

3.51. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 6 кВ. Определить силу взаимодействия между пластинами, энергию и плотность энергии конденсатора, если расстояние между пластинами 0,02 м, а площадь каждой пластины - 100 см^2.

3.52. Определить число электронов, проходящих за время 1 с через поперечное сечение площадью 1 мм^2 железной проволоки длиной 20 м при напряжении на ее концах 16 В.

3.53. От батареи, э.д.с. которой 600 В, требуется передать энергию на расстояние 1 км. Потребляемая мощность 5 кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов 0,5 см.

3.54. Резистор сопротивлением 5 Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение 10 В. Если заменить резистор другим с сопротивлением 12 Ом, то вольтметр покажет напряжение 12 В. Определить э.д.с. и внутреннее сопротивление источника тока. Током через вольтметр пренебречь.

3.55. Электрон, обладавший кинетической энергией 10 эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов 8 В?

3.56. Катушка и амперметр соединены последовательно и подключены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением 4 кОм. Амперметр показывает силу тока 0,3 А, вольтметр - 120 В. Определить сопротивление катушки.

3.57. Сколько ламп мощностью по 300 Вт, предназначенных для напряжения 110 В, можно установить параллельно в здании, если проводка от магистрали сделана медным проводом длиной 100 м и сечением 9 мм^2, а напряжение в магистрали равно 122 В?

3.58. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость 10^5 м/с. Расстояние между пластинами 8 мм. Найти: 1)разность потенциалов между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах.

3.59. Три гальванических элемента с э.д.с. 1,3, 1,4 и 1,5 В и внутренним сопротивлением 0,3 Ом каждый соединены параллельно и замкнуты внешним сопротивлением 0,6 Ом. Определить ток в каждом элементе.

3.60. Пылинка массой 5 нг, несущая 10 электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов 1 мВ. Какова кинетическая энергия пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

3.61. Конденсатор емкостью 3 мкФ зарядили до разности потенциалов 300 В, а конденсатор емкостью 2 мкФ – до 200 В. После зарядки конденсаторы соединили параллельно. Найти разность потенциалов на обкладках конденсатора после их соединения.

3.62. Э.д.с. батареи 24 В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, 10 А. Определить максимальную мощность, которая может выделяться во внешней цепи.

3.63. При внешнем сопротивлении 8 Ом сила тока в цепи 0,8 А, при сопротивлении 15 Ом сила тока – 0,5 А. Определить силу тока короткого замыкания источника э.д.с.

3.64. Три батареи с э.д.с. 8 В, 3 В и 4 В и внутренними сопротивлениями 2 Ом каждая соединены одноименными полюсами. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, определить силы токов, идущих через батареи.

3.65. Э.д.с. батареи 80 В, внутреннее сопротивление 5 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность 100 Вт. Определить силу тока в цепи, напряжение, под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление.

3.66. В сеть с напряжением 100 В подключили катушку с сопротивлением 2 кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра 80В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал 60 В. Определить сопротивление другой катушки.

3.67. Определить количество теплоты, выделившееся за время 10 с в проводнике сопротивлением 10 Ом, если сила тока в нем, равномерно уменьшаясь, изменилась от 10 А до 0.

3.68. Аккумулятор замыкается один раз таким сопротивлением, что сила тока равна 3 А, второй раз таким сопротивлением, что сила тока равна 2 А. Определить э.д.с. аккумулятора, если мощность тока во внешней цепи в обоих случаях одинакова, а внутреннее сопротивление аккумулятора - 4 Ом.

3.69. Имеется моток медной проволоки с площадью поперечного сечения 0,1 мм^2. Масса всей проволоки - 0,3 кг. Определить сопротивление проволоки.

3.70. На концах проводника длиной 3 м поддерживается разность потенциалов 1,5 В. Каково удельное сопротивление проводника, если плотность тока $5\cdot10^5$А/м^2?

4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

1. Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi}\left[d\vec{l} \times \vec{r}\right]\frac{I}{r^3}, \text{ или } dB = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \sin\alpha}{r^2} \cdot dl,$$

где $d\vec{B}$ – индукция магнитного поля, создаваемого элементом проводника длиной dl с током I; $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от элемента, в котором магнитная индукция вычисляется; α – угол между радиус-вектором и направлением тока в элементе проводника; μ – относительная магнитная проницаемость изотропной среды (для вакуума $\mu = 1$); μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

2. Магнитная индукция точки поля, создаваемого проводником с током (принцип суперпозиции магнитных полей):

$$d\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} d\vec{B}_i,$$

где $\vec{B}$ – магнитная индукция результирующего поля; $\vec{B}_i$ – магнитные индукции $\vec{B}_1, ..., \vec{B}_n$ складываемых полей.

3. Магнитная индукция в центре кругового тока:

$$d\vec{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0 I}{2r},$$

где r – радиус кругового витка.

4. Магнитная индукция на оси кругового тока:

$$B = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \frac{2\pi r^2 I}{\left(r^2 + h^2\right)^{3/2}},$$

где h – расстояние от центра витка до точки, в которой вычисляется магнитная индукция.

5. Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током:

$$B = \frac{\mu \cdot \mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где r_0 – кратчайшее расстояние от оси проводника до точки, в которой вычисляется магнитная индукция.

6. Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводника с током в произвольной точке, как показано на рисунке (вариант

а)

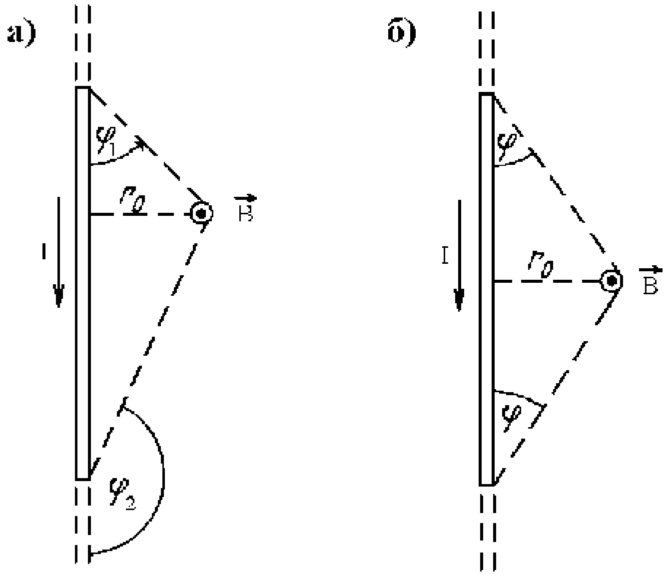


Рис. 1

$$B = \frac{\mu \cdot \mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right),$$

где φ_1, φ_2 – углы, образованные прямыми, проведенными из рассматриваемой точки к концам проводника, с направлением тока, проходящего через проводник.

При симметричном расположении концов проводника относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (вариант б),

$-\cos\varphi_2 = \cos\varphi_1 = \cos\varphi$, тогда: $$B = \frac{\mu \cdot \mu_0}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cos\varphi.$$

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости чертежа, направлен к нам и поэтому изображен точкой.

7. Циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль замкнутого контура:

8.

$$\oint H_l dl = \sum_{i=1}^{N} I_i,$$

где $\sum_{i=1}^{N} I_i$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых данным контуром. Знак "+" у тока берется в случае, если направление обхода контура и направление тока составляют правовинтовую систему.

9. Циркуляция вектора магнитной индукции вдоль замкнутого контура:

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{N} I_i \ .$$

Магнитная индукция поля, создаваемого соленоидом в средней его части (или тороида на его оси):

$$B = \mu\mu_0 nI.$$

9. Магнитная индукция поля, создаваемого соленоидом в средней его части (или тороида на его оси):

$$B = \mu\mu_0 nI,$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

10. Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \ , \quad \text{или} \quad \vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H} \ \text{(в вакууме).}$$

11. Закон Ампера:

$$\vec{F} = I\left[\vec{l} \times \vec{B}\right], \quad \text{или} \quad F = B\, I\, l \sin\alpha,$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на прямой отрезок проводника с током I, помещенный в однородное магнитное поле; l – длина проводника; α – угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции $\vec{B}$. Если поле неоднородно и проводник не является прямым, то закон Ампера можно применять к каждому элементу проводника в отдельности:

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l} \times \vec{B}\right], \quad \text{или} \quad dF = B\, I \sin\alpha\, dl.$$

Сила взаимодействия двух бесконечно длинных параллельных проводников с током:

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l,$$

где d – расстояние между проводниками.

12. Магнитный момент контура с током:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad \text{или} \quad p = IS,$$

где I – сила тока в плоском контуре; S – площадь, охватываемая контуром; $\vec{n}$ – единичный вектор положительной нормали к плоскости контура. Вектор магнитного момента $\vec{p}_m$ направлен перпендикулярно плоскости контура в соответствии с правилом буравчика.

13. Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}], \text{ или } \quad M = p_m B \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

14. Потенциальная энергия контура с током в магнитном поле:

$$\Pi = -\vec{p}_m \vec{B}, \text{ или } \Pi = -p_m B \cos\alpha.$$

За нулевое значение потенциальной энергии контура с током в магнитном поле принято расположение контура, когда вектор $\vec{p}_m$ перпендикулярен вектору $\vec{B}$.

15. Отношение магнитного момента p_m к механическому L (моменту импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите:

$p_m/L = q/2m$, где q – заряд частицы; m – масса частицы.

16. Сила Лоренца:

$$\vec{F} = q\left[\vec{V} \times \vec{B}\right], \quad \text{или} \quad F = qVB\sin\alpha,$$

где V – скорость заряженной частицы; α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$. Если частица находится одновременно в электрическом и магнитном полях, то под силой Лоренца понимают выражение:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{V} \times \vec{B}\right],$$

где $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля.

17. Магнитный поток:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности:

$$\varPhi = Bs\cos\alpha, \text{или} \quad \varPhi = B_{\text{n}} S,$$

где $B_{\text{n}} = B\cos\alpha$ – проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали к площадке; S – площадь контура; α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности:

$$\varPhi = \int_{s} B_n dS,$$

интегрирование ведется по всей поверхности.

18. Теорема Гаусса:

$$\oint B_n dS = 0,$$

где $\oint B_n dS$ – магнитный поток через замкнутую поверхность.

19. Потокосцепление (полный поток):

$$\varPsi = N\varPhi,$$

где $\varPhi$ – магнитный поток через один виток; N – число витков. Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу витков.

20. Работа сил Ампера при перемещении проводника с током в магнитном поле:

$$A = I\Delta\varPhi,$$

где $\Delta\varPhi$ – магнитный поток, пересекаемый проводником при его движении. Работа сил Ампера при перемещении замкнутого контура с током в магнитном контуре:

$$\varPhi = I\Delta\varPhi = I(\varPhi_2 - \varPhi_1),$$

где $\Delta\varPhi$ – изменение магнитного потока, пронизывающего контур.

21. ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где N – число витков контура; Ψ – потокосцепление. Знак минус указывает на то, что ЭДС индукции (или ток индукции), согласно правилу Ленца противодействует изменению магнитного потока.

22. Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью V в магнитном поле:

$$U = BlV\sin\alpha,$$

23. Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$q = \frac{\Delta\Phi}{r}, \text{или} \quad q = \frac{N\Delta\Phi}{r} = \frac{\Delta\Psi}{r},$$

где r – сопротивление контура, l – длина проводника, α – угол между V и $\vec{B}$.

24. Индуктивность контура: $L = \dfrac{\Psi}{I}$.

25. ЭДС самоиндукции: $E_s = -L\dfrac{dI}{dt}$.

26. Индуктивность соленоида: $L = \mu\mu_0 n^2 V$,

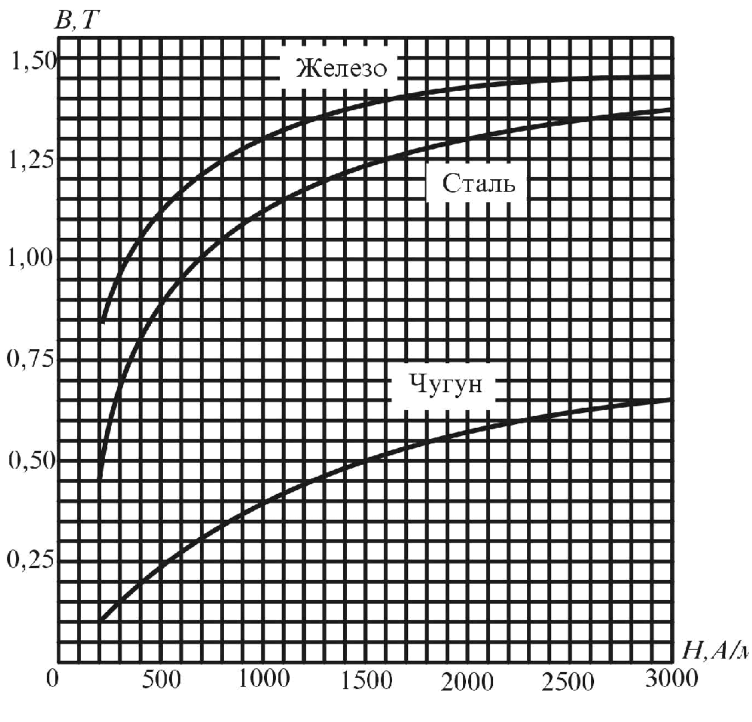
где n – число витков, приходящееся на единицу длины соленоида; V – объем соленоида.

27. Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L:

а) при замыкании цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right],$$

где ε – ЭДС источника тока; t – время, прошедшее после замыкания цепи;



б) при размыкании цепи:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t},$$

где I_0 – значение силы тока в цепи при $t = 0$; t – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

28. Энергия магнитного поля:

$$W = L I^2 / 2.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (энергия, заключенная в единице объема):

$$w = \frac{1}{2} BH, \qquad \text{или } w = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu\mu_0}, \text{ или } w = \frac{1}{2}\mu\mu_0 H^2,$$

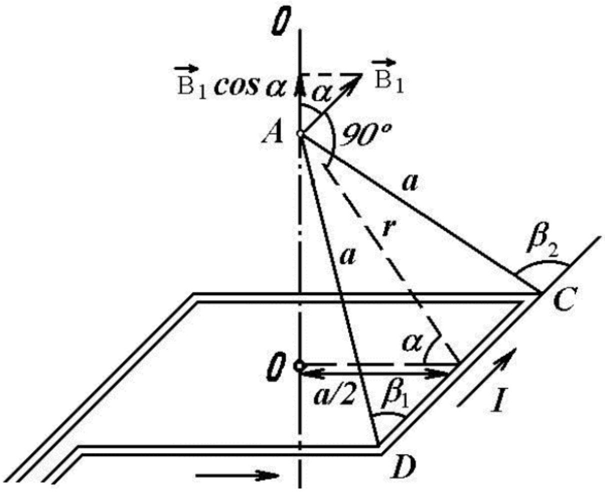
где B – магнитная индукция; H – напряженность магнитного поля.

Зависимость вектора магнитной индукции $\vec{B}$ от напряженности магнитного поля $\vec{H}$ для ряда ферромагнетиков дана на рисунке.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. По проводнику, согнутому в виде квадратной рамки со стороной a = 10 см, течет ток I = 5 А. Определить индукцию B магнитного поля в точке, равноудаленной от вершин квадрата на расстояние, равное его стороне.

Решение



Искомая индукция $\vec{B}$ магнитного поля в точке А является векторной суммой индукций $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, $\vec{B}_3$, $\vec{B}_4$, создаваемых в этой точке токами, текущими в каждом из четырех проводов, являющихся сторонами квадрата. Из соображений симметрии все четыре индукции по абсолютной величине равны между собой. На рисунке изображен только один из четырех векторов $\vec{B}_1$, соответствующий полю, создаваемому током в проводе

DC. В соответствие с правилом буравчика вектор $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости треугольника ADC. Геометрическая сумма $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$ будет направлена вдоль оси OO и равна сумме проекций всех векторов на направление этой оси, т.е. $B = 4B_1\cos\alpha$. Из рисунка следует, что $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, и

тогда $B = \frac{4}{\sqrt{3}}B_1$. (1)

Индукция магнитного поля, создаваемого отрезком проводника, выражается формулой

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left(\cos\beta_1 - \cos\beta_2\right), \quad (2)$$

где I – сила тока в проводнике; r – расстояние от проводника до точки, напряженность поля в которой надо определить; β_1 и β_2 – углы, образованные направлением тока в проводнике и радиусами-векторами, проведенными от концов проводника к точке А.

В нашем случае $\beta_2 = \pi - \beta_1$, следовательно, $\cos\beta_2 = -\cos\beta_1$, и выражение (2) приобретает вид

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}2\cos\beta_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos\beta_1. \quad (3)$$

Подставляем выражение B_1 в формулу (1):

$$B_1 = \frac{2\mu_0 I}{\pi\sqrt{3}r}\cos\beta_1. \quad (4)$$

Заметив, что $r = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ (a – длина стороны квадрата) и что $\cos\beta_1 = 1/2$, так как $\beta_1 = 60°$ как угол равностороннего треугольника, перепишем равенство (4) в виде

$$B = \frac{2\mu_0 I}{3\pi a}. \quad (5)$$

Подставим числовые значения в выражение (5) и произведем вычисления:

$$B = \frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{3\pi \cdot 0{,}1}$$ Тл = $1.33 \cdot 10^{-5}$ Тл = 13.3 мкТл.

2. На проволочный виток радиусом r =10 см, помещенный между полюсами магнита, действует максимальный механический момент M = 6,5 мкН. Сила тока в витке I = 2 А. Определить магнитную индукцию B поля между полюсами магнита. Действием магнитного поля Земли пренебречь.

Решение

Индукцию B магнитного поля можно определить из выражения механического момента M, действующего на виток с током в магнитном поле:

$$M = p_m B \sin\alpha, \tag{1}$$

где p_m – магнитный момент витка с током; B – индукция магнитного поля; α – угол между направлением индукции магнитного поля и нормали к плоскости витка. Если учесть, что максимальное значение механический момент принимает при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (т.е. при $\sin\alpha = 1$), а также то, что магнитный момент витка с током имеет выражение

$p_m = I S$, то формула (1) примет вид $M = I B S$. Отсюда, учитывая, что $S = \pi r^2$, находим

$$B = \frac{M}{\pi r^2 I}. \tag{2}$$

Подставим числовые значения в формулу (2):

$$B = \frac{6.5 \cdot 10^{-6}}{3.14 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}$$ Тл = $1.04 \cdot 10^{-4}$ Тл = 104 мкТл.

3. Плоский контур радиусом R = 2 см свободно установился в однородном магнитном поле с напряженностью $H = 2 \cdot 10^3$ А/м. По контуру течет ток I = 2 А. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть контур на 90^0 вокруг оси, совпадающей с диаметром?

Решение

Работа сил магнитного поля по перемещению контура с током вычисляется по формуле $A = I \cdot \Delta\Phi$, где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – изменение магнитного потока, пронизывающего контур.

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил, действующий на контур в магнитном

поле, равен нулю ($M = p_m\ B\ \sin\varphi = 0$), а значит, $\varphi = 0$, т.е. векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ совпадают по направлению. Зная, что
$\Phi = BS\cos\varphi$, получим магнитный поток в начальном положении рамки $\Phi_1 = BS$, так как $\cos\varphi = 1$.

После поворота контура на 90^0 вокруг оси, совпадающей с диаметром, магнитный поток $\Phi_2 = 0$, так как $\cos\varphi = 0$, а $\varphi = 90^0$.

Работа сил магнитного поля по перемещению контура с током в магнитном поле:

$$A = I\,(0 - BS) = -IBS = -I\mu\mu_o H\pi R^2,$$

где учтено, что $S=\pi R^2$. Работа отрицательна, следовательно, она совершается против магнитных сил (контур до поворота находился в состоянии устойчивого равновесия). Энергия системы после такого поворота увеличивается.

Вычисляем: $A=2\cdot1\cdot4\pi\cdot10^{-7}\cdot\pi\cdot2\cdot10^{3}\cdot(2\cdot10^{-2})^2=6{,}3\cdot10^{6}$ Дж.

4. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 400$ В, попал в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1{,}5$ мТ. Определить радиус кривизны траектории R и частоту n вращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

Решение

1. Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца F, а действием силы тяжести можно пренебречь. Сила Лоренца перпендикулярна к вектору скорости и, следовательно, является в данном случае центростремительной силой, т. е. $F = F_{ц\ с}$. Подставляя выражения F и $F_{ц\ с}$, получим

$$eVB\sin\alpha = \frac{mV^2}{R}, \qquad (1)$$

где e – заряд электрона; V – скорость электрона; B – индукция магнитного поля; m – масса электрона; R – радиус кривизны траектории; α – угол между направлениями вектора скорости V и вектора индукции $\vec{B}$ (в нашем случае $\vec{V} \perp \vec{B}$ и $\alpha = 90^0$, $\sin\alpha = 1$). Далее из формулы (1) найдем

$$R = \frac{mV}{eB}. \qquad (2)$$

Входящий в выражение (2) импульс mV может быть выражен через кинетическую энергию T электрона

$$mV = \sqrt{2mT}\ . \tag{3}$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, определяется равенством $T = eU$. Подставив T в формулу (3), получим

$$mV = \sqrt{2meU}\ .$$

Выражение (2) для радиуса кривизны приобретает вид

$$R = \frac{\sqrt{2meU}}{eB}\ . \tag{4}$$

Подставив числовые значения в формулу (4), получим

$$R = \frac{\sqrt{2\cdot 9.1\cdot 10^{-31}\cdot 1.6\cdot 10^{-19}\cdot 400}}{1.6\cdot 10^{-19}\cdot 1.5\cdot 10^{-3}} = 4.41\cdot 10^{-2}\ \text{м.}$$

2. Для определения частоты вращения воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом

$$n = \frac{V}{2\pi R}\ . \tag{5}$$

Подставив в формулу (5) выражение (2) для радиуса кривизны, получим

$$n = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{e}{m}B\ .$$

Подставим сюда числовые значения величин и произведем вычисления:

$$n = \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 3.14 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}} \cdot 1.5 \cdot 10^{-3}$$ об/с = 4,21•10^7 об/с.

5. Определить индукцию и напряженность магнитного поля на оси тороида без сердечника, по обмотке которого, содержащей N = 200 витков, идет ток силой I = 5 А. Внешний диаметр тороида d_1 = 30 см, внутренний – d_2 = 20 см.

Решение

Для определения напряженности магнитного поля внутри тороида вычислим циркуляцию вектора $\vec{H}$ вдоль силовой линии поля $\oint Hdl$. Из условия симметрии следует, что силовые линии тороида представляют собой окружности и что во всех точках силовой линии численное значение напряженности одно и то же. Поэтому в выражении для циркуляции напряженность H можно вынести за знак интеграла, а интегрирование проводить в пределах от нуля до $2\pi r$, где r – радиус окружности, совпадающей с силовой линией, вдоль которой вычисляется циркуляция, т.е.

$$\oint_L Hdl = H \int_0^{2\pi r} dl = 2\pi rH \,. \qquad (1)$$

С другой стороны, в соответствии с законом полного тока циркуляция вектора напряженности магнитного поля равна сумме токов, охватываемых контуром, вдоль которого вычисляется циркуляция:

$$\oint_L H_l dl = \sum_{i=1}^{n} I_i \,. \qquad (2)$$

Приравняв правые части равенства (1) и (2), получим

$$2\pi rH = \sum_{i=1}^{n} I_i \,. \qquad (3)$$

Силовая линия, проходящая вдоль тороида, охватывает число токов, равное числу витков тороида. Сила тока во всех витках одинакова. Поэтому формула (3) примет вид $2\pi r\, H = N\, I$. Отсюда

$$H = \frac{NI}{2\pi r}. \tag{4}$$

Для средней линии тороида

$$r = \frac{R_1 + R_2}{2} = \frac{d_1 + d_2}{4}.$$

Подставив выражение для r в формулу (4), найдем

$$H = \frac{2NI}{\pi(d_1 + d_2)}. \tag{5}$$

Магнитная индукция B_0 в вакууме связана с напряженностью поля соотношением $B_0 = \mu_0 H$. Следовательно,

$$B_0 = \frac{2\mu_0 NI}{\pi(d_1 + d_2)}. \tag{6}$$

Подставляя числовые значения в выражения (5) и (6), получим:

$$H = \frac{2 \cdot 200 \cdot 5}{3.14 \cdot (0.3 + 0.2)} \text{ А/м} = 1.37 \cdot 10^3 \text{ А/м};$$

$$B_0 = \frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 5}{\pi(0.3 + 0.2)} \text{ Т} = 1.6 \cdot 10^{-3}\ T = 1.6 \text{ мТл}.$$

6. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0.1 Тл равномерно вращается рамка, содержащая N = 1000 витков. Площадь рамки S = 150 см^2. Рамка вращается с частотой n = 10 об/с. Определить мгновенное значение э.д.с., соответствующее углу поворота рамки в 30°.

Решение

Мгновенное значение э.д.с. индукции E_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея-Максвелла: $E_i = -\frac{d\Psi}{dt}$, (1)

где Ψ – потокосцепление. Потокосцепление Ψ связано с магнитным потоком Φ соотношением

$$\Psi = N\,\Phi, \qquad (2)$$

где N – число витков, пронизываемых магнитным потоком Φ. Подставляя выражение Ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (3)$$

При вращении рамки магнитный поток Φ, пронизывающий рамку в момент времени t, изменяется по закону $\Phi = B\,S\cos\omega{\cdot}t$, где B – магнитная индукция; S – площадь рамки; ω – круговая (или циклическая) частота; $\omega{\cdot}t$ – мгновенное значение угла между нормалью $\vec{n}$ к плоскости рамки и вектором индукции $\vec{B}$. Подставив в формулу (3) выражение Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение э.д.с. индукции:

$$\varepsilon_i = N\,B\,S\,\omega\sin\omega t. \qquad (4)$$

Круговая частота ω связана с числом оборотов в секунду соотношением $\omega=2\pi n$. Подставляя значение ω в формулу (4), получим

$$\varepsilon_i = 2\pi\,n\,N\,B\,S\sin\omega t, \qquad (5)$$

Подставим числовые значения в расчетную формулу (5):

$$\varepsilon_i = 2{\bullet}3.14{\bullet}10{\bullet}10^3{\bullet}0.1{\bullet}1.5{\bullet}10^{-2}{\bullet}0.5\ \text{В} = 47.1\ \text{В}$$

7. Обмотка соленоида состоит из одного слоя плотно прилегающих друг к другу витков медного провода. Диаметр провода d = 0.2 мм, диаметр соленоида D = 5 см. По соленоиду течет ток I = 1А. Определить, какое количество электричества протечет через обмотку, если концы её замкнуть накоротко. Толщиной изоляции пренебречь.

Решение

Возможны два способа решения.

1-*й способ*. Количество электричества dq, которое протекает по проводнику за время dt при силе тока I, определяется равенством $dq = I\,dt$. (1)

Общее количество электричества, протекающее через проводник за время t, будет

$$q = \int_0^t I\,dt.$$

Сила тока в данном случае убывает экспоненциально со временем и выражается формулой

$$I = I_0 e^{-\frac{r}{L}t},$$

где I_0 – сила тока до замыкания; r – сопротивление обмотки соленоида; L – индуктивность соленоида. Внося выражение силы тока I под знак интеграла и интегрируя от 0 до ∞ (при $t \to \infty$, $I \to 0$), получим

$$q = \int_0^\infty I_0 e^{-\frac{r}{L}t} dt = I_0 \int_0^\infty e^{-\frac{r}{L}t} dt = I_0 \left[-\frac{r}{L} \right] e^{-\frac{r}{L}t} \Bigg|_0^\infty .$$

Подставим пределы интегрирования и определим количество электричества, протекающее через обмотку:

$$q = I_0 \left(-\frac{L}{r} \right) [0-1] = I_0 \frac{L}{r} . \qquad (2)$$

2-*й способ.* В формулу (1) вместо силы тока I можно подставить выражение ее через э.д.с. индукции и сопротивление соленоида r, т. е.

$$I = \frac{\varepsilon_i}{r} .$$

Подставив это выражение силы тока в формулу (1), найдем

$$dq = \frac{\varepsilon_i}{r} dt ,$$

но ε_i связана с изменением потокосцепления Ψ в единицу времени по закону Фарадея-Максвелла:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} .$$

Тогда $$dq = -\frac{d\Psi}{r} ,$$

Интегрируя, получаем $q = -\dfrac{\Psi_2 - \Psi_1}{r}$, (3)

Потокосцепление Ψ пропорционально силе тока в соленоиде. Следовательно, $\Psi_1 = LI_0$, $\Psi_2 = 0$, так как Ψ_2 соответствует тому моменту, когда ток в цепи обратится в нуль. Подставив выражения Ψ_1 и Ψ_2 в формулу (3), получим

$$q = \frac{\Psi}{r} \text{ или } q = I_0 \frac{L}{r},$$

что совпадает с формулой (2).

Для определения заряда, протекшего через обмотку соленоида, следует найти индуктивность L соленоида и сопротивление r обмотки соленоида, которые выражаются формулами

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l_1} S_1 = \frac{\mu_0 \pi d_1^2 N^2}{4 l_1}, \qquad r = \rho \frac{l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2},$$

где μ_0 – магнитная постоянная; N – число витков; l_1 – длина соленоида; S_1 – сечение соленоида; ρ – удельное сопротивление провода; l – длина провода; S – сечение провода; d – диаметр провода; d_1 – диаметр соленоида.

Подставив найденные выражения L и r в формулу (2), получим

$$q = I_0 \frac{L}{r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi d_1^2}{4 l_1 4 \rho l} \pi d^2 I_0. \qquad (4)$$

Заметим, что длина провода l может быть выражена через диаметр d_1 соленоида соотношением

$$l = \pi d_1 N,$$

где N – число витков. Тогда формуле (4) можно придать вид

$$q = \frac{\mu_0 N^2 \pi d_1^{\,2} \pi d^2}{16 l_1 \rho \pi d_1 N} I_0 = \frac{\pi\mu_0 N d_1 d^2}{16\rho l_1} I_0 .$$

Но $\frac{l_1}{N}$ есть диаметр провода, так как витки плотно прилегают друг к другу. Следовательно,

$$q = \frac{\pi\mu_0 N d_1 d^2}{16\rho d} I_0 = \frac{\pi\mu_0}{16\rho} d d_1 I_0 . \qquad (5)$$

Подставим числовые значения в формулу (5) и произведем вычисления:

$$q = \frac{3.14 \cdot 4 \cdot 3.14 \cdot 10^{-7}}{16 \cdot 1.7 \cdot 10^{-8}} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \text{ Кл} = 3.36 \cdot 10^{-4} \text{ Кл},$$

или q = 363 мкКл.

8. На стержень из немагнитного материала длиной l = 50 см и сечением S = 2 см^2 намотан в один слой провод так, что на каждый сантиметр длины стержня приходится 20 витков. Определить энергию W магнитного поля внутри соленоида, если сила тока в обмотке I = 0,5 А.

Решение

Энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью L, по обмотке которого течет ток I, выражается формулой

$$W = \frac{1}{2} L I^2 . \qquad (1)$$

Индуктивность соленоида в случае немагнитного сердечника зависит только от числа витков на единицу длины и от объема сердечника V

$$L = \mu_0 n^2 V, \qquad (2)$$

где μ_0 – магнитная постоянная. Подставив в формулу (1) выражение индуктивности L, получим

$$W = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 V I^2 . \tag{3}$$

Выразим в этой формуле объем сердечника через его длину *l* и сечение *S*

$$W = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 I^2 S l . \tag{4}$$

Подставим числовые значения в формулу (4) и произведем вычисления:

$$W = 0.5 \bullet 3.14 \bullet 10^{-7} \bullet (2 \bullet 10^3)^2 \bullet (0.5)^2 \bullet 2 \bullet 10^{-4} \bullet 0.5 \text{ Дж} = 1.26 \bullet 10^{-4} \text{ Дж} = 126 \text{ мкДж}.$$

Контрольные задачи 4

4.1. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми d=5 см, текут одинаковые токи I = 10 А.. Определить индукцию B и напряженность H магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние r = 5 см, если токи текут: а) в одинаковом; б) в противоположных направлениях.

4.2. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности H_1 = 50А/м. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить напряженность H магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

4.3. По круговому витку радиусом R = 100 мм циркулирует ток силой I = 1А. Найти магнитную индукцию B: а) в центре витка; б) на оси витка на расстоянии d = 100 мм от его центра.

4.4. По кольцевому проводнику радиусом 10 см течёт ток 4 А. Перпендикулярно плоскости кольцевого провода на расстоянии 5 см от его центра проходит бесконечно длинный провод с током 5 А. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в центре кольца.

4.5. Два круговых тока лежат в одной плоскости и имеют общий центр. Радиусы витков R_1 = 10 см, R_2 = 12 см, и соответствующие токи равны I_1= 10 А, I_{2}-= 6 А. Найти индукцию магнитного поля B центре токов в случаях, когда токи текут в одном и в противоположных направлениях.

4.6. Прямой бесконечный провод имеет петлю радиусом 10 см. Определить величину тока в проводе, если напряжённость магнитного поля в центре петли 100 А/м.

4.7. Два круговых витка, расположенных в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, имеют одну общую точку. Радиус каждого витка - 3 см. Токи, текущие по виткам, $I_1 = I_2$ = 2А. Найти напряжённость поля в точке, находящейся на расстоянии 3 см от центров этих витков.

4.8. Четыре тонких бесконечно длинных проводника расположены параллельно друг другу, причём центры их круговых поперечных сечений образуют квадрат со стороной 20 см. По каждому проводу идёт ток 20 А в направлении, в двух проводниках от нас, а в двух других к нам. Определить величину и направление вектора магнитной индукции в центре квадрата.

4.9. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток I = 40 А. Сторона треугольника a = 30 см. Определить напряженность магнитного поля H и магнитную индукцию B в точке пересечения высот.

4.10. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток I = 60 А. Стороны прямоугольника a = 30 см и b = 40 см. Какое значение имеют напряженность H и магнитная индукция B в точке пересечения диагоналей?

4.11. Горизонтальный медный проводник с током находится в равновесии в магнитном поле с индукцией 5 Тл. Площадь поперечного сечения проводника 3 мм^2. Какова сила тока в проводнике?

4.12. В однородном вертикальном магнитном поле с индукцией 10^{-3} Тл находится свободно подвешенный прямолинейный горизонтальный медный проводник длиной 100 см. С каким ускорением проводник начнёт выталкиваться из поля, если к проводнику приложено напряжение $1.7 \cdot 10^{-2}$ В?

4.13. В однородное поле с напряженностью $8 \cdot 10^3$ А/м внесён медный проводник. Плотность тока в проводнике - 3 А/мм^2. С каким ускорением будет двигаться проводник, если направление тока перпендикулярно направлению магнитного поля?

4.14. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии d = 20 см друг от друга, текут токи одинаковой силы I = 4 А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу F, действующую на единицу длины каждого провода.

4.15. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой I = 200 А. Определить силу F, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

4.16. Прямой провод длиной 40 см, по которому течет ток силой 100 А, движется в однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл. Какую работу совершат силы, действующие на провод со стороны поля, переместившие его на расстояние 40 см перпендикулярно линиям индукции и проводу?

4.17. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией 0,05 Тл. Определить момент импульса, которым обладает частица при движении в магнитном поле, если траектория её представляет дугу окружности радиусом 0,2 мм.

4.18. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряжённостью $2{,}5 \cdot 10^4$А/м. Определить период обращения электрона. Скорость электрона $3 \cdot 10^5$ м/с.

4.19. Заряженная частица с энергией 10^3 эВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом 1 мм. Определить силу, действующую на частицу со стороны поля.

4.20. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов 400 В, попадает в однородное магнитное поле напряжённостью 10^3 А/м. Определить радиус кривизны траектории и частоту обращения электрона в магнитном поле, если вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

4.21. Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиуса $0{,}53 \cdot 10^{-8}$ см. Вычислить магнитный момент p_{m} эквивалентного кругового тока и механический момент M, действующий на круговой ток, если атом помещен в магнитное поле с индукцией B = 0,4 Тл, направленной параллельно плоскости орбиты электрона.

4.22. Перпендикулярно магнитному полю напряженностью 10^3 А/м возбуждено электрическое поле напряжённостью 200 В/см. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Определить скорость V частицы.

4.23. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое (E = 400 В/м) и магнитное (B = 0,2 Тл) поля. Определить ускоряющую разность потенциалов U, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории. Отношение заряда к массе частицы $e/m = 9.64 \cdot 10^7$ Кл/кг.

4.24. Пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 3{,}52 \cdot 10^3$ В, электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Индукция поля B = 0,01 Тл, радиус траектории R = 2 см. Определить удельный заряд электрона.

4.25. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B =10 мТл по винтовой линии, радиус которой R = 1,5 см и шаг h = 10 см. Определить период T обращения электрона и его скорость V.

4.26. Частица, обладающая энергией T = 16 МэВ, движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 2,4 Тл по окружности радиусом R = 24,5 см. Определить заряд этой частицы, если ее скорость $V = 2{,}72 \cdot 10^7$ м/с.

4.27. В однородном магнитном поле, напряженность которого $H = 7{,}96 \cdot 10^4$ А/м, помещена квадратная рамка. Ее плоскость составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 45^0$. Сторона рамки - 4 см. Определить магнитный поток, пронизывающий рамку.

4.28. В соленоид длиной l = 500 мм, имеющий N = 100 витков, введен ферромагнитный сердечник. Площадь поперечного сечения S = 8 см^2. При прохождении по виткам соленоида тока I = 0,25 А магнитная проницаемость вещества μ = 8000. Определить магнитный поток Φ через сечение соленоида.

4.29. Ферромагнитный сердечник введен в соленоид длиной l = 500 мм и площадью поперечного сечения S = 10 см^2. Обмотка соленоида имеет N = 100 витков. При прохождении тока I = 0,25 А магнитный поток оказался равным Φ = 50 мВб. Определить магнитную проницаемость материала сердечники.

4.30. В средней части соленоида, содержащего n = 8 витков на каждый см, помещен круговой виток диаметром d = 4 см. Плоскость витка расположена под углом $\alpha = 60^0$ к оси соленоида. Определить магнитный поток Φ, пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток I = 1 А.

4.31. На картонный каркас длиной l = 600 мм, диаметром d_1 = 5 см уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром d_2 = 0,2 мм. Определить магнитный поток Φ, создаваемый таким соленоидом при силе тока I = 0,5 А.

4. 32. Рамка, площадь которой - 16 см^2, вращается в однородном магнитном поле, делая два оборота в секунду. Ось вращения находится в плоскости рамки и перпендикулярна силовым линиям магнитного поля. Напряженность магнитного поля $7{,}96 \cdot 10^4$ А/м. Найти: 1) зависимость магнитного потока, пронизывающего рамку, от времени; 2) максимальное значение магнитного потока.

4.33. Плоский контур площадью 10 см^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,02 Тл. Определить магнитный поток, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол 70° с направлением линии индукции.

4.34. Катушка длиной l=20 см и диаметром d =3 см имеет N = 400 витков. По катушке идет ток I = 2 А. Найти индуктивность L катушки и магнитный поток Φ, пронизывающий ее.

4.35. Внутри соленоида длины l = 25,1 см и диаметром d = 2см помещен железный сердечник. Соленоид имеет N = 200 витков. Построить для соленоида с сердечником график зависимости магнитного потока от силы тока в пределах $0 < I < 5$А через 1А. По оси ординат откладывать $\Phi \cdot 10^4$ Вб. Для определения магнитной проницаемости использовать график $B = f(H)$.

4.36. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной a = 10 см, течет ток I = 20 А, величина которого поддерживается неизменной. Плоскость квадрата составляет угол α=20° с линиями однородного поля (B =0,1 Тл). Вычислить работу, которую надо совершить для того, чтобы удалить проводник за пределы поля.

4.37. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока I = 60 А, свободно установился в однородном магнитном поле (B = 20 мТл). Диаметр витка d = 10 см. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол $\alpha = \pi/3$?

4.38. По кольцу, сделанному из тонкого гибкого проводника радиусом R = 10см, течет ток I = 100 А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено магнитное поле с индукцией B = 0,1 Тл. Собственное магнитное поле кольца и внешнее поле совпадают. Определить работу внешних сил, которые, действуя на проводник, деформировали его и придали ему форму квадрата. Сила тока при этом оставалась неизменной.

4.39. В однородном магнитном поле с индукцией 1 Тл движется прямолинейный проводник длиной 10 см со скоростью 10 м/с. Направление вектора магнитной индукции перпендикулярно проводнику и вектору его скорости. Концы проводника соединены гибким проводом вне поля. Общее сопротивление цепи - 10 Ом. Определить мощность, необходимую для движения проводника.

4.40. Квадратный контур со стороной a = 10 см, в котором течёт ток силой I = 6 А, находится в магнитном поле с индукцией B = 0.8 Тл под углом α = 50° к линиям индукции. Какую работу A нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму с квадрата на окружность?

4.41. Плоский контур с током силой 5 А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл. Площадь контура 200 см^2. Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол 40°. Определить совершенную при этом работу.

4.42. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью S = 200 см^2. Поддерживая в контуре постоянную силу тока I = 50 А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить индукцию B магнитного поля, если при перемещении контура была совершена работа A = 0,4 Дж.

4.43. В однородном магнитном поле, индукция которого 1,5 Тл, равномерно движется прямой проводник длиной 25 см. Сила тока в проводнике равна 2,5 А. Скорость проводника равна 20 см/с и направлена перпендикулярно вектору индукции. Найти работу перемещения проводника за 5 с.

4.44. Виток площадью 25 см^2 установился в однородном магнитном поле напряженностью 3000 А/м. По витку течёт ток 10 А. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть виток на 90° около оси, совпадающей с одним из диаметров?

4.45. Рамка в виде кольца с током силой I = 1 А и радиусом R = 2 см находится в воздухе в однородном магнитном поле напряженностью H = 75 А/м. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть рамку перпендикулярно полю?

4.46. Проволочное кольцо радиуса R = 5 см расположено в однородном магнитном поле с индукцией B = 1 Тл так, что вектор магнитной индукции перпендикулярен к плоскости кольца. Определить среднюю э.д.с. индукции, возникающую в кольце, если его повернуть на угол 90° за время t =10^{-1} с.

4.47. Рамка, содержащая N = 1000 витков площадью S = 100 см^2, равномерно вращается с частотой 10 с$^{–1}$ в магнитном поле напряженностью H = 10^4 А/м. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную э.д.с. индукции, возникающую в рамке.

4.48. По горизонтальным рельсам, расположенным в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией 10$^{–2}$ Тл, скользит проводник длиной 1 м с постоянной скоростью 10 м/с. Концы рельсов замкнуты на резистор сопротивлением 2 Ом. Определить количество теплоты, которое выделяется в резисторе за 4 с. Сопротивлением рельсов и проводника пренебречь.

4.49. Самолет летит горизонтально со скоростью V = 900 км/ч. Найти разность потенциалов, возникающую на концах крыльев, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли B = 5•10$^{–5}$ Тл. Размах крыльев l = 12 м. Чему равна максимальная разность потенциалов, которая может возникнуть при полете самолета?

4.50. Рамка площадью 1 дм^2 из проволоки сопротивлением 0,45 0м вращается с угловой скоростью 100 рад/с в однородном магнитном поле с индукцией B =0,1 Тл. Ось вращения рамки лежит в ее плоскости и перпендикулярна к вектору магнитной индукции. Определить количество теплоты Q, которое выделится в рамке за N = 10 оборотов. Самоиндукцией пренебречь.

4.51. Квадратная рамка со стороной 15 см расположена в магнитном поле так, что плоскость рамки составляет угол α = 30° с направлением поля. Магнитное поле изменяется по закону: B = 0.15 sin πt Тл. Определить закон, по которому изменяется э.д.с. в рамке, и найти э.д.с. в момент t = 3 с.

4.52. Квадратная рамка со стороной 80 см вращается в однородном магнитном поле с частотой 8 об/с. Ось вращения рамки перпендикулярна линиям индукции поля. Магнитное поле изменяется по закону $B = 0.01\sin 10\pi t$ Тл. Определить максимальное значение э.д.с.

4.53. С какой угловой скоростью надо вращать прямой проводник вокруг одного из его концов в однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной к силовым линиям поля, чтобы в проводнике возникла э.д.с. индукции 0,3 В? Длина проводника l = 20 см. Магнитная индукция поля B = 0,2 Тл.

4.54. В однородном магнитном поле с индукцией B = 125,6 мТл вращается стержень с постоянной частотой 10 см$^{-1}$ так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям индукции, а ось вращения проходит через один из его концов. Индуцируемая на концах стержня разность потенциалов равна U = 0,1 мкВ. Определить длину стержня.

4.55. Проволочный виток радиусом r = 4 см и сопротивлением R = 0.01 Ом находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0.04 Тл. Плоскость рамки составляет угол 30° с линиями поля. Какое количество электричества q протекает по витку, если магнитное поле выключить.

4.56. Проволочное кольцо радиусом r = 0.1 м лежит на столе. Какой заряд пройдет по кольцу, если его перевернуть с одной стороны на другую? Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B = 5\cdot 10^{-5}$ Тл. Сопротивление кольца R = l0 м.

4.57. Соленоид изготовлен из медной проволоки, имеющей площадь поперечного сечения 1 мм^2. Длина соленоида 35 см, его омическое сопротивление 0,2 0м. Определить индуктивность соленоида (без сердечника). Удельное сопротивление меди $1.71\cdot 10^{-8}$ Ом·м.

4.58. Обмотка соленоида с железным сердечником содержит N = 500 витков. Длина сердечника l = 50 см. Как и во сколько раз изменится индуктивность соленоида, если сила тока, протекающего по обмотке, возрастет от I_1 = 0,1А до I_2= 1 А. Воспользоваться графиком $B = f(H)$.

4.59. Соленоид имеет стальной, полностью размагниченный сердечник объемом V = 500 см^3. Напряженность H магнитного поля соленоида при силе тока I = 0,6 А равна 1000 А/м^2. Определить индуктивность L соленоида. Воспользоваться графиком $B = f(H)$.

4.60. Какой длины нужно взять проволоку диаметром d = 1 мм, чтобы изготовить однослойный соленоид с индуктивностью L = 0.01 Гн? Площадь поперечного сечения соленоида S = 7.5 см^2. Сердечник отсутствует.

4.61. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет N = 750 витков и индуктивность L_1 = 25 мГн. Чтобы увеличить индуктивность катушки до L_2 = 36 мГн, обмотку с катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Сколько витков оказалось в катушке после перемотки?

4.62. Соленоид изготовлен из медной проволоки, имеющей площадь поперечного сечения S = 1 мм^2. Длина соленоида l = 25 см, его омическое сопротивление R = 0.2 Ом. Определить индуктивность L соленоида (без сердечника). Удельное сопротивление меди $1.71\cdot10^{-8}$ Ом·м.

4.63. Определить скорость изменения силы тока в катушке с индуктивностью L=100 мГн, если в ней возникла э.д.с. самоиндукции 80 В.

4.64. Соленоид содержит N = 800 витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) S = 10 см^2. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией B = 8 мТл. 0пределить среднее значение э.д.с., самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если ток уменьшается практически до нуля за время t = 0.8 мс.

4.65. В катушке индуктивности сила тока линейно увеличивается со скоростью 10 А/с. Найти э.д.с. индукции, возникающую при этом в катушке, если резонансная частота колебательного контура, образованного из этой катушки и конденсатора емкостью C = 100 пФ, равна 10 кГц.

4.66. Обмотка тороида с немагнитным сердечником имеет N_1 = 251 виток. Средний диаметр тороида D = 8 см, диаметр витков d = 2 см. На тороид намотана вторичная обмотка, имеющая N_2 = 100 витков. При замыкании первичной обмотки в ней в течение t = 0.001 с устанавливается ток силой I = 3 А. Найти среднее значение э.д.с. индукции, возникающей на вторичной обмотке.

4.67. На соленоид длиной 144 см и диаметром 5 см надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет 2000 витков и по ней течет ток силой 2 А. Соленоид имеет железный сердечник. Какая средняя э.д.с. индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение 0.002 с? Для определения магнитной проницаемости использовать график.

4.68. Две катушки имеют взаимную индуктивность, равную 0.005 Гн. В первой катушке сила тока изменяется по закону $I = I_0 \sin\omega t$, где I_0 = 10 А, $\omega = 2\pi/T$ и T = 0.02 с. Найти: 1) зависимость от времени э.д.с., индуцируемой во второй катушке; 2) наибольшее значение этой э.д.с.

4.69. В цепи постоянного тока с э.д.с. 38 В, катушка с индуктивностью 0,34 Гн и сопротивлением 5 Ом присоединена параллельно с сопротивлением 95 Ом. Внутреннее сопротивление источника тока пренебрежимо мало. Определить силу тока в сопротивлении: а) до размыкания цепи ключом; б) в момент размыкания (t_0 = 0); в) через t =0.01 с после размыкания.

4.70. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением R = 10 Ом и индуктивностью L = 0.2 Гн. Через сколько времени сила тока в цепи достигнет 50% максимального значения?

4.71. Ток в соленоиде изменяется по закону: $I = 10t - t^2$, где I выражается в амперах. Определить э.д.с. самоиндукции в соленоиде через 2 с. Длина соленоида - 50 см, площадь сечения - 2 см^2. Диаметр провода однослойной обмотки - 2 мм.

4.72. Соленоид диаметром D = 10 см и длиной l = 60 см имеет N = 1000 витков. Сила тока в нем равномерно возрастает на 0,2 А за 1 с. На соленоид надето кольцо из медной проволоки, имеющей площадь поперечного сечения S = 2 мм^2. Найти силу индукционного тока, возникающего в кольце?

4.73. Магнитный поток Φ в соленоиде, содержащем N = 1000 витков, равен 0.2 мВб. Определить энергию W магнитного поля соленоида, если сила тока, протекающего по виткам соленоида, I = 1 А. Сердечник отсутствует. Магнитное поле во всем объеме соленоида считать однородным.

4.74. Соленоид имеет длину l = 0.6 м и сечение S = 10 см^2. При некоторой силе тока, протекающего по обмотке, в соленоиде создается магнитный поток Φ = 0.1 мВб. Чему равна энергия W магнитного поля соленоида?

4.75. Соленоид длиной 50 см и площадью поперечного сечения 2 см^2 имеет индуктивность $2 \cdot 10^{-7}$ Гц. При какой силе тока плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 10^{-3} Дж/м^3?

4.76. В соленоиде сечением 5 см^2 создан магнитный поток 20 мкВб. Определить объемную плотность энергии магнитного поля соленоида. Сердечник отсутствует.

4.77. Обмотка тороида имеет 10 витков на каждый сантиметр длины (по средней линии тороида). Вычислить объемную плотность энергии w магнитного поля при силе тока I = 10 А.

4.78. Соленоид без сердечника с обмоткой из проволоки диаметром d = 1мм имеет длину l = 1 м и поперечное сечение S = 40 см^2. Какой силы ток течет по обмотке при напряжении U = 25 В, если за время t = 0,001 с в обмотке выделяется столько же теплоты, какова энергия магнитного поля соленоида?

4.79. Через катушку, индуктивность которой L = 0,021 Гн, течет ток, изменяющийся со временем по закону $I = I_0 \sin\omega t$, где I_0 = 5 А, $\omega = 2\pi/T$ и T = 0,02 с. Найти зависимость от времени: 1) э.д.с. самоиндукции, возникающей в катушке; 2) энергии магнитного поля катушки.

4.80. На катушке сопротивлением R = 5 Ом поддерживается постоянное напряжение U = 50 В. Найти энергию W, которая выделится при размыкании цепи катушки, если ее индуктивность L = 25 мГн. Какая средняя э.д.с. самоиндукции возникает при этом в катушке, если энергия будет выделяться в течение времени t = 10 мс?

5. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1. Уравнение гармонических колебаний

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где x – смещение (отклонение от состояния равновесия) колеблющейся величины, описывающий тот или иной физический процесс; A – амплитуда колебаний; $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний; φ_0 – начальная фаза; $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ – круговая или циклическая частота; $\nu = 1/T$ – линейная частота.

2. Скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания

$$V = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0);$$
$$a = \frac{dV}{dt} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0).$$

3. Энергия гармонических колебаний

Кинетическая энергия колеблющейся точки массой m

$$T = \frac{mV^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия

$$\Pi = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \varphi_0).$$

Полная энергия гармонического колебания

$$E = T + \Pi = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = T_{\max} = \Pi_{\max}.$$

4. Дифференциальное уравнение простейшей колебательной системы (гармонического осциллятора)

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0.$$

5. Пружинный, математический и физический маятники

Период колебаний пружинного маятника

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса маятника; k – жёсткость пружины.

Период колебаний математического маятника

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина нити маятника; g – ускорение свободного падения**.**

Период колебаний физического маятника

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний; l – расстояние от центра масс маятника до оси колебания; Приведённая длина физического маятника

$$L=\frac{J}{ml}$$

6. Колебательный контур

Период колебаний колебательного контура (формула Томсона)

$$T=2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность; C – электроёмкость контура.

Энергия колебательного контура

$$E = E_{эл} + E_{магн} = \frac{1}{2}CU^2 + \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}CU^2_{\max} = \frac{1}{2}LI^2_{\max}.$$

7. Сложение гармонических колебаний

Колебания направлены вдоль одной прямой

$x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$,
$x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$.

Частоты одинаковы $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega t + \varphi_0)$.
Амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Начальная фаза суммарного колебания

$$\varphi_0 = arctg\,\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

$x = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$,
$y = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$.

Частоты одинаковы

а) $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$, $y = \frac{A_2}{A_1}x$, движение происходит по прямой,

б) $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $(\varphi_1 - \varphi_2) = \pm\pi$, $y = -\frac{A_2}{A_1}x$, движение происходит по прямой,

в) $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $(\varphi_1 - \varphi_2) = \pm\pi/2$, $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$, движение происходит по эллипсу (в частном случае при $A_1 = A_2$ – по окружности).

8. Уравнение затухающих колебаний

$$x = A_0\, e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $A(t) = A_0\, e^{-\beta t}$– амплитуда затухающего колебания, зависящая от времени; x – колеблющаяся величина; e – основание натуральных логарифмов; β – коэффициент затухания; ω – круговая частота (на самом деле повторяемости нет); t – время; A_0 и φ_0 – начальная амплитуда и начальная фаза, определяемые начальными условиями.

Период затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Декремент затухания

$$\delta = \frac{A(t)}{A(t+T)}.$$

Логарифмический декремент затухания

$$\Theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T.$$

Энергия затухающего колебания

$$E = E_0\, e^{-2\beta t},$$

где E_0 – энергия в начальный момент времени.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0,$$

где β – коэффициент затухания; ω_0 – собственная частота колебаний, т.е. циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы при $\beta = 0$ (при отсутствии потерь энергии).

Частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

9. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=f_0\cos\omega t,$$

где $f_0=\dfrac{F_0}{m}$ для механических колебаний; $f_0=\dfrac{U_{\max}}{L}$ для электромагнитных колебаний; $F_0\cos\omega t$ – внешняя периодическая сила; действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания; F_0 – амплитудное значение этой силы.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A=\frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}.$$

Начальная фаза вынужденных колебаний

$$\varphi_0=\operatorname{arctg}\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}.$$

Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{рез}=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2} \qquad \text{и} \qquad A_{рез}=\frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2+2\beta^2}}.$$

5.2 ВОЛНЫ В УПРУГОЙ СРЕДЕ

1. Уравнение плоской бегущей волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x

$$\xi\,(x,t)=A\cos[\omega(t-x/V)+\varphi_0] \quad \text{или} \quad \xi\,(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0),$$

где $\xi\,(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t; A – амплитуда; $(\omega t-kx+\varphi_0)$ – фаза; φ_0 – начальная фаза; ω – круговая частота; V – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость); k – волновое число ($k=2\pi/\lambda$), λ – длина волны.

2. Связь длины волны с периодом и частотой

$$\lambda = V \cdot T \qquad \text{и} \qquad \lambda = \frac{V}{\nu},$$

где T – период колебаний точек волны; ν – частота.

3. Разность фаз колебаний двух точек среды

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x,$$

где Δx – расстояние между колеблющимися точками (разность хода).

4. Фазовая скорость волны

а) продольных волн (распространяющихся в упругой среде и твердых телах)

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль Юнга; ρ – плотность вещества;

б) поперечных волн

$$V = \sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

где G – модуль сдвига;

в) в газах

$$V = \sqrt{\frac{\gamma R T}{\mu}},$$

где γ – показатель адиабаты ($\gamma = c_p/c_V$); R – универсальная газовая постоянная; T – термодинамическая температура; μ – молярная масса вещества.

5. Плотность энергии упругой волны

$$u = \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi_0).$$

6. Средняя по времени плотность энергии волны

$$\langle u \rangle = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho .$$

7. Плотность потока энергии волны (вектор Умова)

а) мгновенное значение $\vec{j} = u\vec{V}$;

б) среднее значение $\langle \vec{j} \rangle = \langle u \rangle \vec{V} = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho \vec{V}.$

8. Уравнение стоячей волны

$$\xi\,(x,t) = 2\,A\cos kx\cos(\omega t + \varphi_o)\,.$$

1. Уравнение плоской электромагнитной волны

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0);$$
$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $\vec{E}_0$ и $\vec{H}_0$ – соответственно амплитуды напряженности электрического и магнитного полей волны.

2. Скорость распространения электромагнитной волны

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot \mu_0 \mu}},$$

где ε – диэлектрическия проницаемость среды; ε_0 – электрическая постоянная; μ – магнитная проницаемость среды; μ_0 – магнитная постоянная.
$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; $\mu_0 = 12{,}566 \cdot 10^{-7}$ Гн/м.
Для вакуума ε = 1; μ = 1; $V = c = 3{\cdot}10^8$ м/с.

3. Плотность энергии электромагнитной волны

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

4. Плотность потока энергии электромагнитной волны (вектор Умова − Пойнтинга)

$$\vec{P} = [\vec{E} \cdot \vec{H}], \qquad P = E\,H = w\,V.$$

.

5.3 ВОЛНОВАЯ ОПТИКА.
ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

1. Скорость света в среде

$$V = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды.

2. Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

3. Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

4. Условие интерференционных максимумов

$$\Delta = \pm k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2...).$$

5. Условие интерференционных минимумов

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

где λ – длина волны света в вакууме.

6. Ширина интерференционной полосы

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda,$$

где d – расстояние между двумя когерентными источниками, находящимися на расстоянии l от экрана, параллельно обоим источникам, при условии $l >> d$.

7. Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки; α – угол падения луча.

8. Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем)

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\frac{R\lambda}{2}}, \qquad (k = 1, 2, 3...),$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

9. Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых в проходящем)

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

Значение $k = 0$ соответствует $r = 0$, т.е. точке касания линзы и пластинки.

5.4 ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

1. Радиус k-й зоны Френеля для сферической волны

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda},$$

где a – расстояние от источника света до волновой поверхности; b – расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения; k – номер зоны Френеля; λ – длина волны.

Для плоской волны $r_k = \sqrt{bk\lambda}$.

2. Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей. Условие максимумов интенсивности

$$a\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}. \qquad (k = 1, 2, 3...)$$

Условие минимумов

$$a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \qquad (k = 1, 2, 3...)$$

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; k – порядок спектра; λ – длина волны.

3. Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей:

$$d\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \qquad (k = 0, 1, 2, 3...)$$

где $d = \dfrac{1}{N_0}$ – период дифракционной решетки; N_0 – число щелей, приходящихся на единицу длины решетки; k – порядок главного максимума.

4. Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N –число штрихов решетки; k – порядковый номер дифракционного максимума.

5. Дифракция рентгеновских лучей. Формула Вульфа–Брэггов

$$2d\sin\theta = k\lambda,$$

где θ– угол скольжения; d – расстояние между атомными плоскостями кристалла.

5.5 ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

1. Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_{Бр} = n_{21},$$

где $i_{Бр}$ – угол падения, при котором отраженный от диэлектрика луч является полностью поляризованным; n_{21} – относительный показатель преломления.

2. Закон Малюса

$$I = I_0\cos^2\alpha,$$

где I– интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор; I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; α – угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

3.Степень поляризации света

$$P = (I_{max} - I_{min}) / (I_{max} + I_{min}),$$

где I_{max} и I_{min} – максимальная и минимальная интенсивность поляризованного света, пропускаемого анализатором.

4. Оптически активные вещества - вещества (кварц, глюкоза и т.д.), которые при прохождении через них плоскополяризованного света поворачивают плоскость поляризации на определенный угол вокруг направления распространения света. Угол поворота φ плоскости поляризации оптически активными веществами определяется соотношениями:

а) в твердых телах $\varphi = \alpha d$, где α – постоянная вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в чистых жидкостях $\varphi = [\alpha] \cdot \rho d$, где $[\alpha]$ – удельная постоянная вращения; ρ – плотность жидкости;

в) растворах $\varphi = [\alpha] \cdot C d$, где C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Материальная точка массой m = 10 г совершает гармонические колебания с частотой ν = 0,2 Гц. Амплитуда колебания равна 5 см. Определить максимальное значение силы, действующей на материальную точку и ее полную энергию.

Решение

Уравнение гармонического колебания

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0).$$

Тогда скорость и ускорение колеблющейся точки

$$V = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0);$$

$$a = \frac{dV}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Согласно второму закону Ньютона, сила, действующая на точку,

$$F = ma = -A\omega^2 m\cos(\omega t + \varphi_0).$$

$F = F_{max}$ при $\cos(\omega t + \varphi_0) = -1$, поэтому искомое максимальное значение силы

$$F_{max} = A\omega^2 m = 4\pi^2\nu^2 Am.$$

Полная энергия колеблющейся точки

$$E = T_{max} = \frac{1}{2}mV_{max}^2 = \frac{mA^2\omega^2}{2} = 2\pi^2 m\nu^2 A.$$

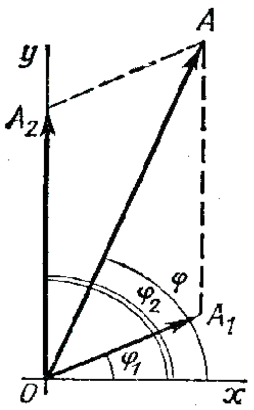
Вычисляя, получаем: $F_{max} = 0{,}8$ мН; $E = 19{,}7$ мкДж.

2. Складываются два колебания одинакового направления, выражаемых уравнениями $x_1 = A_1\cos(\omega t + \omega\tau_1)$, $x_2 = A_2\cos(\omega t + \omega\tau_2)$, где $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см, $\tau_1 = \frac{1}{6}c$; $\tau_2 = \frac{1}{2}c$; $\omega = \pi c^{-1}$. Определить начальные фазы φ_1 и φ_2 складываемых колебаний, найти амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать уравнение результирующего колебания.

Решение

Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A\cos(\omega t + \varphi). \qquad (1)$$



Преобразуем уравнения, заданные в условии задачи, к такому же виду:

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \omega\tau_1),\ x_2 = A_2\cos(\omega t + \omega\tau_2). \qquad (2)$$

Из сравнения выражений (2) и (1) находим начальные фазы первого и второго колебаний:

$$\varphi_1 = \omega\tau_1 = \pi/6 \text{ рад и } \varphi_2 = \omega\tau_2 = \pi/2 \text{ рад.}$$

Для определения амплитуды A результирующего колебания воспользуемся векторной диаграммой, представленной на рисунке. Согласно теореме косинусов

$$A = \sqrt{A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1 A_2 \cos\Delta\varphi}, \qquad (3)$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз составляющих колебаний. Так как $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, то, подставляя найденные значения φ_1 и φ_2, получим $\Delta\varphi = \pi/3$ рад. Теперь подставим значения A_1, A_2 и $\Delta\varphi$ в формулу (3), произведем вычисления и получим $A = 0{,}0265$ м. Тангенс начальной фазы φ результирующего колебания определим из рисунка

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2},$$

откуда начальная фаза

$$\varphi = arctg\,\frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$

Подставим значения A_1, A_2, φ_1, φ_2 и произведем вычисления, получим

$$\varphi = \text{arctg}\ (5/\sqrt{3}) = 70{,}9° = 0{,}394\pi \text{ рад}.$$

Т.к. циклические частоты складываемых колебаний одинаковы, то результирующее колебание будет иметь ту же частоту ω. Это позволяет написать уравнение результирующего колебания в виде

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

где $A = 0{,}0265$ м,$\omega = \pi$ с$^{-1}$, $\varphi = 0{,}394\pi$ рад.

3. Логарифмический декремент затухания тела, колеблющегося с частотой 50 Гц, равен 0,01. Определить время, за которое амплитуда колебаний тела уменьшится в 20 раз и число колебаний, за которое происходит подобное уменьшение амплитуды.

Решение

Амплитуда затухающих колебаний

$$A = A_0 e^{-\beta t}, \qquad (1)$$

где A_0 – амплитуда колебаний в момент $t=0$; β – коэффициент затухания.

Логарифмический декремент затухания $\Theta=\beta T$, где $T=1/\nu$ – условный период затухающих колебаний. Тогда $\beta=\Theta\nu$ и выражение (1) можно записать в виде

$$A=A_0\,e^{-\Theta\nu t},$$

откуда искомое время

$$t=\frac{1}{\Theta\nu}\ln(A_0/A). \qquad (2)$$

Число искомых полных колебаний

$$N=t/T=t\nu. \qquad (3)$$

Подставляя численные значения в (2) и (3), получим t = 6 с, N = 300.

4. Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x в среде, не поглощающей энергию, со скоростью $V=15$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1=5$ м, $x_2=5{,}5$ м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi=\pi/5$. Амплитуда волны $A=4$ см. Определить: 1) длину волны; 2) уравнение волны; 3) смещение ξ_1 первой точки в момент времени $t=3$ с.

Решение

Разность фаз колебаний двух точек волны

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x, \qquad (1)$$

где $\Delta x=x_2-x_1$ есть расстояние между этими точками.

Из (1) выразим длину волны λ:

$$\lambda=\frac{2\pi(x_2-x_1)}{\Delta\varphi}. \qquad (2)$$

Циклическая частота $\omega = 2\pi / T$, где $T = \lambda / V$. Следовательно, $\omega = 2\pi V / \lambda$. Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси *x*, имеет вид

$$\xi(x;t) = A\cos\omega(t - x/V) = A\cos\frac{2\pi}{\lambda}(Vt - x). \qquad (3)$$

Чтобы найти смещение ξ_1, подставим в уравнение (3) числовые значения *t* и x_1. Произведя вычисления, получим:

1) $\lambda = 5$ м; 2) $\xi(x;t) = 0{,}04 \cdot \cos(6\pi t - \frac{2\pi}{5}x)$ м;

3) $\xi_1 = 0{,}04$ м.

5. На экране наблюдается интерференционная картина в результате наложения лучей от двух когерентных источников с длиной волны 500 нм. На пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили стеклянную пластинку, показатель преломления которой $n = 1{,}6$, а толщина d = 5 мкм. Определить, на сколько полос сместится при этом интерференционная картина.

Решение

При внесении стеклянной пластинки оптическая разность хода между лучами изменится на $\Delta = nd - d = d(n-1)$, где *d* – толщина пластинки; *n* – ее показатель преломления.

С другой стороны, внесение пластинки приведет к смещению интерференционной картины на *k* полос, т.е. дополнительная разность хода равна $k\lambda$. Следовательно,

$$d(n-1) = k\lambda,$$

откуда найдем искомое *k*:

$$k = d(n-1)/\lambda.$$

Вычисляя, получим *k* = 6.

6. Дифракционная решетка длиной $l = 5$ мм может разрешить в первом порядке две спектральные линии натрия ($\lambda_1 = 589{,}0$ нм и $\lambda_2 = 589{,}6$ нм). Определить, под каким углом в спектре третьего порядка будет наблюдаться свет с $\lambda_3 = 600$ нм, падающий на решетку нормально.

Решение

Для нахождения искомого угла запишем условие дифракционного максимума в спектре третьего порядка

$$d\sin\varphi = k_3\lambda_3,$$

где d – период дифракционной решетки; φ – угол дифракции; k_3 – порядок спектра.

Откуда $$\sin\varphi = k_3\lambda_3 / d. \qquad (1)$$

Период дифракционной решетки $d = \dfrac{l}{N}$, где l – длина решетки; N – общее число штрихов решетки. Найдем N из формулы для разрешающей способности дифракционной решетки

$$R = k_1 N = \frac{\lambda_1}{\Delta\lambda},$$

где $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. Тогда $N = \dfrac{\lambda_1}{k_1\Delta\lambda}$ и период дифракционной решетки примет вид

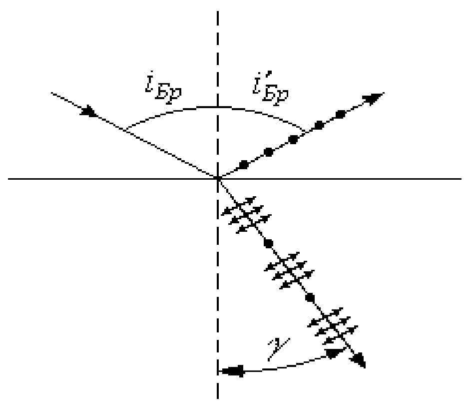
$$d = \frac{k_1 l\Delta\lambda}{\lambda_1}. \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), найдем искомый угол

$$\varphi = \arcsin\frac{k_3\lambda_1\lambda_3}{k_1 l\Delta\lambda}.$$

Вычисляя, получим $\varphi = 20°42'$.

7. Пучок естественного света падает на стекло с показателем преломления 1,73. Определить, при каком угле преломления отраженный от стекла пучок света будет полностью поляризован.



Решение

Согласно закону Брюстера свет, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован, если тангенс угла падения

$$i_{Бр} = n_{21},$$

где n_{21} - относительный показатель преломления второй среды (стекло n_2 = 1,73) относительно первой (воздух n_1 = 1),

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = n = 1{,}73\ .$$

Тогда $i_{Бр} =$arctg (1,73) = 60°.

Так как $tgi_{Бр} = \dfrac{\sin i_{Бр}}{\cos i_{Бр}} = n$ и

$$\frac{\sin i_{Бр}}{\sin\gamma} = n$$ - закон преломления света,

$$\cos i_{Бр} = \sin\gamma\ .$$

Последнее выражение можно записать в виде

$$\cos i_{Бр} = \cos\,(90° - \gamma),$$

откуда следует, что $i_{Бр}$ = (90° – γ). Тогда искомый угол преломления, при котором отраженный луч полностью поляризован, γ = 90°–$i_{Бр}$ = 90°–60° = 30°.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

Задачи под номерами 1–10 относятся к разделу **ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ.**

Задачи под номерами 11–20 относятся к разделу **ФИЗИЧЕСКИЙ МАЯТНИК.**

Задачи под номерами 21–30 относятся к разделу **СЛОЖЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ.**

Задачи под номерами 31–40 относятся к разделу **КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ.**

Задачи под номерами 41–50 относятся к разделу **ВОЛНЫ В УПРУГОЙ СРЕДЕ.**

Задачи под номерами 51–60 относятся к разделу **ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА.**

Задачи под номерами 61–70 относятся к разделу **ДИФРАКЦИЯ СВЕТА.**

Задачи под номерами 71–80 относятся к разделу **ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА.**

Задачи под номерами 81–90 относятся к разделу **КАЧЕСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ ПО КОЛЕБАНИЯМ И ВОЛНАМ**.

Задачи под номерами 91–100 относятся к разделу **КАЧЕСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ ПО ВОЛНОВОЙ ОПТИКЕ.**

Контрольные задачи 5

5.1. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 5 см, если за одну минуту совершается 120 колебаний и начальная фаза колебаний равна 45°. Определить максимальное ускорение.

5.2. Написать уравнение гармонического колебательного движения точки с амплитудой 1 м, периодом 4 с и начальной фазой колебания, равной 0. Найти моменты времени, в которые достигается максимальная скорость.

5.3. Записать уравнение гармонического колебательного движения точки с амплитудой 20 см, угловой частотой 4π рад/с и начальной фазой колебания, равной 0. Найти моменты времени, в которые достигается максимальное ускорение.

5.4. Написать уравнение гармонического колебательного движения точки с амплитудой 50 см, периодом колебаний 10 с и начальной фазой 30 . Определить максимальную скорость точки.

5.5. Написать уравнение гармонического колебания точки массой 10 г, с амплитудой 1 м, периодом колебаний 20 с и начальной фазой, равной 0. Определить максимальную силу, действующую на точку.

5.6. Записать уравнение гармонического колебания точки, если за 40 с совершается 10 колебаний с амплитудой 0,1 м. Определить ускорение в момент времени, когда смещение равно 0,04 м. Начальная фаза колебаний равна 0.

5.7. Записать уравнение гармонического колебательного движения точки с амплитудой 10 см, угловой частотой 3 рад/с и начальной фазой 45°. Определить скорость точки в момент времени, когда смещение равно 5 см.

5.8. Написать уравнение гармонического колебания точки массой 480 г с амплитудой 1 м, если на нее действует сила, максимальное значение которой равно 0,03 Н. Начальная фаза колебаний равна 0.

5.9. Написать уравнение гармонического колебательного движения точки с амплитудой 20 см, угловой частотой 20 рад/с и начальной фазой, равной 0. Определить скорость точки в момент времени, когда фаза колебаний равна $\pi/6$.

5.10. Записать уравнение гармонического колебания точки с амплитудой 30 см, угловой частотой 31 рад/с и начальной фазой 45°. Определить ускорение точки в момент времени, когда смещение равно 20 см.

5.11. Диск радиусом 30 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов диска перпендикулярно его плоскости. Определить приведенную длину и период колебаний такого маятника.

5.12. На каком расстоянии x от центра нужно подвесить тонкий стержень заданной длины l, чтобы получить физический маятник, колеблющийся с максимальной частотой.

5.13. Однородный диск радиусом 25 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрических поверхностей диска. Каков период колебаний диска?

5.14. Роль физического маятника выполняет тонкий стержень, подвешенный за один из его концов. При какой длине стержня период колебаний этого маятника будет равен 1 с?

5.15. Тонкий обруч, подвешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, колеблется в плоскости, параллельной стене. Определить радиус и приведенную длину такого маятника, если период его колебаний составляет 1,9 с.

5.16. Стержень длиной 50 см подвешен на нити 20 см к гвоздю, вбитому в стену, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Определить период колебаний стержня.

5.17. Тонкий обруч, подвешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, колеблется в плоскости, параллельной стене. Радиус обруча 30 см. Определить период колебаний обруча.

5.18. Тонкий обруч, подвешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, колеблется в плоскости, параллельной стене. Радиус обруча - 30 см. Чему равно значение максимальной круговой частоты колебания обруча?

5.19. Шар подвешен на нити длиной 8 см на гвозде, вбитом в стену, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Частота колебаний шара 1 Гц. Найти радиус шара.

5.20. Диск колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Период колебаний диска составляет 1,2 с. Определить радиус диска.

5.21. Уравнение изменения силы тока в колебательном контуре имеет вид $I = -0{,}02\ \sin 400\pi t$ (А). Индуктивность контура 1 Гн. Определить максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора и максимальную энергию магнитного поля.

5.22. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при электроемкости в 2 мкФ получить звуковую частоту 1000 Гц? Сопротивлением контура пренебречь.

5.23. Математический маятник длиной 0,392 м совершает затухающие колебания. Определить, за какое время амплитуда колебания уменьшится в 10 раз, если логарифмический декремент затухания равен 0,001.

5.24. За 100 с система успевает совершить 100 колебаний. За то же время амплитуда колебаний уменьшается в 2,718 раз. Чему равны коэффициент затухания и логарифмический декремент затухания?

5.25. За 8 минут амплитуда затухающих колебаний математического маятника длиной 39,2 уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания колебаний и логарифмический декремент затухания.

5.26. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 0,6 мкФ и индуктивностью 0,02 Гн. Конденсатор заряжен количеством электричества $3\cdot 10^{-5}$ Кл. Определить разность потенциалов на обкладках конденсатора и силу тока в контуре в момент времени Т/2.

5.27. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 0,003 Гн и плоского конденсатора, состоящего из двух параллельных пластин в виде дисков радиуса 1,2 см, расположенных на расстоянии 0,3 мм друг от друга. Диэлектрик – воздух. Определить период собственных колебаний контура.

5.28. Волна частотой 50 Гц распространяется в упругой среде со скоростью 100 м/с. Найти расстояние между точками среды, фазы которых: 1) противоположны, 2) одинаковы.

5.29. От источника колебаний распространяется вдоль прямой линии волна. Амплитуда колебаний источника равна 12 см. Как велико смещение точки, удаленной от источника на расстояние $x = \lambda/2$, в момент, когда от начала колебаний прошло время $t = 0{,}75T$? (T – период колебаний).

5.30. При суперпозиции двух одинаковых волн с амплитудой 1 см, распространяющихся навстречу друг другу, образуется стоячая волна, имеющая амплитуду 1 см на расстоянии 0,2 м от одного из источников. Найти длину волны бегущих волн.

5.31. Разность фаз двух колеблющихся точек, лежащих на одном луче и находящихся на расстоянии 1,25 м друг от друга, составляет $\pi/4$. Определить волновое число и длину волны.

5.32. Звуковые колебания, имеющие частоту 500 Гц и амплитуду 0,25мм, распространяются в упругой среде. Длина волны 70 см. Определить скорость распространения волн и максимальную скорость частиц среды.

5.33. Колебания некоторой частоты с амплитудой 0,8 мм распространяются в упругой среде. Длина волны - 1,6 м, максимальная скорость частиц среды равна 1,257 м/с. Определить скорость распространения волн и частоту колебаний.

5.34. Уравнение незатухающих колебаний источника имеет вид $x = 3\cos 600\pi t$ (см). Скорость распространения колебаний 300 м/с. Записать уравнение волны и определить частоту колебаний, длину волны, максимальное значение скорости и ускорения колебаний частиц среды.

5.35. Плоская волна с амплитудой 4 см и периодом $3{,}3\cdot 10^{-3}$с. распространяется со скоростью 300 м/с. Найти смещение точки, находящейся на расстоянии 0,75 м от источника колебаний в момент времени t = 10 с. На какое расстояние продвинется фронт волны к моменту времени t =2 с?

5.36. Пучок белого света падает нормально на стеклянную пластинку толщиной 0,4 мкм. Показатель преломления стекла равен 1,5. Какая длина волны видимого света (0,39 – 0,75 мкм) усиливается в отраженном пучке?

5.37. На поверхность стеклянного объектива с показателем преломления 1,5 нанесена тонкая "просветляющая" пленка с показателем преломления 1,2. При какой наименьшей толщине этой пленки произойдет максимальное ослабление отраженного света с длиной волны 0,5 мкм?

5.38. Расстояние между двумя когерентными источниками света с длиной волны 0,5 мкм равно 0,1 мм. Расстояние между интерференционными полосами на экране в средней части интерференционной картины равно 1 см. Определить расстояние от источников света до экрана.

5.39. На мыльную пленку с показателем преломления 1,33 падает белый свет под углом 45°. При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет (0,6 мкм)?

5.40. На стеклянный клин (показатель преломления стекла 1,33) нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны 0,6 мкм. В возникшей при этом в отраженном свете интерференционной картине на отрезке длиной 1 см наблюдается 10 светлых полос. Определить преломляющий угол клина.

5.41. Найти все длины волн видимого света (от 0,75 до 0,39 мкм), которые будут максимально ослаблены при оптической разности хода интерферирующих волн, равной 1,8 мкм.

5.42. Плосковыпуклая линза с оптической силой 2 дптр. выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус четвертого темного кольца Ньютона в проходящем свете равен 0,7 мм. Определить длину световой волны.

5.43. На толстую стеклянную пластинку, покрытую тонкой пленкой вещества с показателем преломления 1,4, падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 0,6 мкм. Отраженный свет ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину пленки.

5.44. Пучок монохроматических световых волн с длиной волны 0,6 мкм падает под углом 30º на находящуюся в воздухе мыльную пленку с показателем преломления 1,3. При какой наименьшей толщине пленки отраженные световые волны будут максимально ослаблены вследствие интерференции?

5.45. На мыльную пленку с показателем преломления 1,3, находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. При какой наименьшей толщине пленки отраженный свет с длиной волны 0,55 мкм окажется максимально усиленным в результате интерференции?

5.46. Какова должна быть постоянная дифракционной решетки, чтобы в первом порядке был разрешен дублет натрия λ_1 = 589,0 нм и λ_2 = 589,6 нм? Длина решетки 23,5 см.

5.47. На диафрагму с круглым отверстием падает нормально параллельный пучок монохроматического света (λ = 600 нм). На экране наблюдается дифракционная картина. При каком наибольшем расстоянии между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно? Диаметр отверстия равен 1,96 мм.

5.48. В непрозрачном экране сделано круглое отверстие диаметром 1 мм. На экран нормально падает параллельный пучок света с длиной волны 500 нм. На каком расстоянии от отверстия должна находиться точка наблюдения, чтобы в отверстии укладывалось две зоны Френеля?

5.49. Вычислить радиусы первых трех зон Френеля, если расстояние от источника света до волновой поверхности равно 1 м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения также 1м, длина волны - 470 нм.

5.50. Свет от монохроматического источника (λ = 600 нм) падает нормально на диафрагму с диаметром отверстия 6 мм. За диафрагмой на расстоянии 3м от нее находится экран. Каким будет центр дифракционной картины на экране – темным или светлым?

5.51. Будут ли разрешены дифракционной решеткой, имеющей 100 щелей, спектральные линии с длиной волны $\lambda_1 = 598$ нм и $\lambda_2 = 602$ нм в спектре второго порядка?

5.52. Какова должна быть постоянная дифракционной решетки, чтобы в первом порядке был разрешен дублет натрия $\lambda 1 = 589{,}0$ нм и $\lambda 2 = 589{,}6$ нм? Длина решетки 23,5 см.

5.53. На щель шириной 3 мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 600$ нм). Под какими углами будут наблюдаться дифракционные минимумы света?

5.54. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения пучков света, соответствующих второй светлой дифракционной полосе, равен 1°. Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели?

5.55. Предельный угол полного отражения для пучка света на границе кристалла каменной соли с воздухом равен 40,5°. Определить угол Брюстера при падении света из воздуха на поверхность этого кристалла.

5.56. Угол между главными плоскостями двух николей составляет 30°. Интенсивность естественного света, прошедшего систему, уменьшилась в 4 раза. Определить коэффициент поглощения света в николе.

5.57. Определить показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч полностью поляризован при угле преломления 35°.

5.58. Луч света переходит из алмаза в жидкость, частично отражаясь, частично преломляясь. Отраженный луч максимально поляризован при угле падения 43°06′. Определить показатель преломления в жидкости и скорость распространения света в ней. Показатель преломления алмаза равен 2,42.

5.59. Интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, уменьшилась в 8 раз. Пренебрегая поглощением света, определить угол между главными плоскостями николей.

5.60. Пластина кварца толщиной 2 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол 30°. Определить такую толщину кварцевой пластинки, помещенной между параллельными николями, чтобы данный монохроматический свет гасился полностью.

5.61. Угол Брюстера при падении света из воздуха на поверхность некоторой жидкости равен 60°. Определить для этой жидкости предельный угол полного внутреннего отражения.

5.62. Определить постоянную вращения оптически активного вещества, если при введении его между двумя николями, плоскости поляризации которых параллельны, интенсивность света, прошедшего эту систему, уменьшилась в 5 раз. Толщина слоя оптически активного вещества 4 мм. Потерями света на отражение и поглощение пренебречь.

5.63. Пучок естественного света падает на стекло с показателем преломления 1,73. Определить, при каком угле преломления отраженный от стекла пучок будет полностью поляризован.

5.64. Как изменится энергия гармонических колебаний, если амплитуду колебаний увеличить, а частоту уменьшить в два раза?

5.65. Меняется ли длина волны и частота колебаний в световом излучении при переходе луча из вакуума в какую-либо среду?

6. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ. ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

6.1 ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Любое тело, температура которого отличается от 0 К, испускает электромагнитное излучение. Тепловое излучение абсолютно черного тела превышает излучение любых других тел при данной температуре.

1. Закон Кирхгофа. Отношение спектральной плотности энергетической светимости (излучательности) тела r (ν,T) к его поглощательной способности a (ν,T) не зависит от природы тела, а определяется его температурой и частотой (длиной волны) излучения

$$r(\nu,T)/a(\nu,T) = f(\nu,T).$$

2. Закон Стефана-Больцмана. Энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры

$$R = \sigma T^4,$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана. $\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2 К^4).

3. Закон Вина 1. Длина волны, на которую приходится максимум в спектре излучения абсолютно черного тела, обратно пропорциональна абсолютной температуре тела

$$\lambda_{max} = b_1/T,$$

где $b_1 = 2{,}9\times10^{-3}$м·К.

Закон Вина 2. Максимальное значение излучательности абсолютно черного тела пропорционально пятой степени его абсолютной температуры

$$r_{\max}(\nu,T) = b_2T^5,$$

где $b_2 = 1{,}3\cdot10^{-5}$Дж/(м·К^5).

4. Формула Планка. Согласно гипотезе Планка электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения:

$$E = h\nu,$$

где h – постоянная Планка, $h = 6{,}63\cdot10^{-34}\cdot$Дж·с.

Формула Планка описывает спектральную плотность энергетической светимости как функцию длины волны или частоты, исходя из квантовых представлений о природе света,

$$r(\nu,T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1},$$

где c – скорость света в вакууме, $c = 3\cdot10^8$ м/с.

6.2 ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

Внешним фотоэффектом называется явление испускания электронов веществом под действием света**.** Электроны, вылетающие из вещества при внешнем фотоэффекте, называются фотоэлектронами, а электрический ток, образуемый ими при упорядоченном движении во внешнем электрическом поле, называется фототоком. Фотоэффект представляет собой квантово-механическое явление, в котором проявляются корпускулярные свойства света.

1. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых}} + E_{\max},$$

где $h\cdot\nu$ – энергия кванта света, падающего на поверхность металла; $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электрона из металла; $E_{\max}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Если энергия фотона менее 5 кэВ, то $E_{max} = m_0V^2/2$, где m_0 –масса покоя электрона; V – скорость электрона. Если фотоэффект вызван фотоном с большей энергией, то

$$E_{max} = m_0 c\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right),$$

где $\beta = V/c$. Работа выхода редко превышает несколько электронвольт, поэтому при больших энергиях фотона работой выхода можно пренебречь.

2. *Красная граница фотоэффекта*. Минимальная частота (максимальная длина волны) света, при которой еще возможен фотоэффект, называется красной границей фотоэффекта:

$$\nu_{кр} = \frac{A_{вых}}{h}; \qquad \lambda_{кр} = \frac{hc}{A_{вых}}.$$

3. *Задерживающий потенциал.* Отрицательное напряжение на аноде, при котором прекращается фототок, называется задерживающим потенциалом. Задерживающий потенциал определяется максимальной кинетической энергией фотоэлектронов

$$\varphi = E_{max} / e,$$

где e – заряд электрона.

6.3 ФОТОНЫ. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА

Свет излучается, распространяется и поглощается в виде особых дискретных частиц – фотонов (квантов света). Фотон всегда движется со скоростью света, масса покоя фотона равна нулю.

Энергия фотона

$$E = h\nu.$$

Масса фотона

$$m = h\nu / c^2 = h / (c\,\lambda).$$

Импульс фотона

$$\vec{p} = \frac{h\nu}{c} = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

4. *Давление света.* Давление света p, производимое светом при нормальном падении на поверхность с коэффициентом отражения ρ

$$p = \frac{E(1+\rho)}{c} \quad \text{или} \quad p = \frac{Nh\nu(1+\rho)}{c},$$

где N – число фотонов, падающих на единицу поверхности за одну секунду; E – энергетическая освещенность поверхности (мощность излучения, падающего на единицу поверхности).

6.4 ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Эффект Комптона заключается в упругом рассеянии рентгеновского излучения (рентгеновских фотонов) на свободных или слабо связанных электронах вещества. При упругом столкновении фотон передает электрону часть своей энергии и импульса, при этом длина волны рассеянного фотона увеличивается. Изменение длины волны $\Delta\lambda$ зависит только от угла рассеяния фотонов θ

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta) = 2\lambda_c \sin^2 \theta/2,$$

где $\lambda_c = h / m_0 c$ – комптоновская длина волны ($\lambda_c = 2{,}426 \cdot 10^{-12}$ м); m_0 – масса покоя электрона.

6.5 ВОЛНЫ ДЕ БРОЙЛЯ

Корпускулярно-волновой дуализм характерен не только для света, но и для любых частиц, обладающих импульсом $\vec{p}$. Все частицы, имеющие конечный импульс $\vec{p}$, обладают волновыми свойствами, и их движение сопровождается некоторым волновым процессом. Формула де Бройля устанавливает зависимость длины волны, связанной с движущейся частицей вещества, от импульса $\vec{p}$ частицы.

Длина волны де Бройля

$$\lambda_{ДБ} = \frac{h}{\vec{p}}.$$

В классическом приближении ($V<<c$) импульс частицы равен $\vec{p}=m\vec{V}$. В случае, когда скорость частицы $\vec{V}$ сравнима со скоростью света импульс равен

$$\vec{p}=\frac{m_0\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

6.6 СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

Волновые свойства микрочастиц приводят к тому, что микрочастицы не могут иметь одновременно точных значений двух сопряженных переменных (координаты и соответствующей компоненты импульса). Принцип неопределенности Гейзенберга утверждает, что произведение неопределенностей двух сопряженных переменных не может быть по порядку величины меньше постоянной Планка $\hbar$. Если одна из этих переменных имеет точное значение, то другая при этом оказывается совершенно неопределенной. Чем меньше неопределенность одной из переменных, тем больше неопределенность другой.

1. Соотношение неопределенностей для координаты и импульса

$$\Delta x\Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y\Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z\Delta p_z \geq \hbar,$$

где Δp_x, Δp_y, Δp_z – неопределенности в определении проекции импульса на соответствующие оси координат, Δx, Δy, Δz – неопределенности самих координат.

2. Соотношение неопределенностей для энергии и времени

$$\Delta E\cdot\Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределенность в определении энергии данного квантового состояния, Δt - время жизни системы в этом состоянии.

6.7 УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА. ПРОСТЕЙШИЕ СЛУЧАИ ДВИЖЕНИЯ МИКРОЧАСТИЦ

1. Волновая функция. Состояние микрочастицы в квантовой механике описывается с помощью волновой функции $\Psi\ (x, y, z, t)$, квадрат модуля которой определяет вероятность нахождения частицы в момент времени t в данной точке пространства с координатами x, y, z.

Вероятность нахождения частицы в элементе объема dV равна

$$dW = |\psi\ (x, y, z)|^2 dV.$$

Вероятность найти частицу в момент времени t в конечном объеме V равна

$$W = \int |\Psi(x, y, z)|^2\, dV\ .$$

Волновая функция должна удовлетворять стандартным условиям, т.е. быть конечной, непрерывной, однозначной, нормированной и иметь конечную первую производную во всей области определения.

2. Уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\Delta\Psi\ + \frac{2m}{\hbar^2}(\,E\ -\ U\,)\Psi\ = 0,$$

где E –полная энергия частицы массой m, $U\ (x,\ y,z)$ –потенциальная энергия частицы в силовом поле, в котором движется частица. $\Delta = \partial^2/\partial x^2\ +\ \partial^2/\partial y^2\ +\ \partial^2/\partial z^2$ – оператор Лапласа. Решить уравнение Шредингера – значит определить совокупность собственных функций и собственных значений энергии E, удовлетворяющих этому уравнению. В одномерном случае стационарное уравнение Шредингера

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2}\ + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi\ = 0.$$

3. *Потенциальной ямой* (потенциальным ящиком) называется область пространства, в которой потенциальная энергия частицы значительно меньше значения U_{max}. Решение уравнения Шредингера для одномерного прямоугольного потенциального ящика с бесконечно высокими стенками

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\frac{\pi n x}{l}\,; \qquad E_n = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2ml^2}\,,$$

де Ψ_n – собственные нормированные волновые функции, E_n – собственные значения энергии частицы массой m, n – квантовое число (n = 1, 2, 3, . . .), l – ширина ящика.

4. Потенциальный барьер. Область пространства, в которой потенциальная энергия U системы больше полной энергии E частицы, называется потенциальным барьером. Коэффициент прозрачности одномерного потенциального барьера конечной ширины

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{4\pi}{h} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U-E)}\,dx \right)$$

5. *Линейный гармонический осциллятор* – частица, совершающая колебания вдоль некоторой оси OX под действием квазиупругой силы $F = -kx$. Энергия квантового гармонического осциллятора может иметь только дискретные значения

$$E = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu, \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

Минимальная энергия $E_0 = \frac{1}{2}h\nu$ называется энергией нулевых колебаний.

6.8 ТЕОРИЯ АТОМА БОРА. КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АТОМА

1. Постулаты Бора. Первый постулат. В атоме существуют стационарные круговые орбиты, двигаясь по которым электрон не излучает энергии. Радиус этих орбит удовлетворяет условию квантования момента импульса электрона

$$L_n = \hbar n \qquad \text{или} \qquad m v r_n = \hbar n,$$

где n = 1, 2, 3…

Второй постулат. Электрон при переходе с одной орбиты на другую излучает или поглощает квант энергии

$$h\nu = E_n - E_m,$$

де E_n и E_m – энергия стационарных состояний атома до и после перехода.

2. Сериальная формула Ридберга. В линейчатом спектре атома водорода имеется несколько серий линий, частоты которых могут быть представлены общей формулой

$$\nu = Rc\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где ν – частота спектральных линий в спектре атома водорода; R – постоянная Ридберга (R = 1,1×10^7 м $^{-1}$), c – скорость света. Число m определяет спектральную серию, а число n определяет отдельные линии данной спектральной серии. Серия, соответствующая m = 1, называется серией Лаймана, серия, соответствующая m = 2 – серией Бальмера, m = 3 – серией Пашена, m = 4 – серией Брэкета, m = 5 – серией Пфунда, m = 6 – серией Хэмфри. Числа n и m связаны условием: $n = m + 1, m + 2, m + 3, \ldots$

3. Водородоподобный атом в квантовой механике. Состояние электрона в атоме описывается 4-мя квантовыми числами n, l, m и s, определяющими энергию, орбитальный момент импульса, проекцию момента импульса и собственный момент импульса электрона.

Полная энергия электрона в водородоподобном атоме представляет собой дискретный набор отрицательных значений

$$E_n = -\frac{Z^2 m\ e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2},$$

где n называется главным квантовым числом и определяет энергетические уровни электрона в атоме. Величина n принимает любые целочисленные значения, начиная с единицы: n = 1, 2, 3…

Момент импульса (механический орбитальный момент) электрона в атоме может иметь только дискретные значения

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)},$$

где l – орбитальное квантовое число, определяющее момент импульса электрона. При заданном n орбитальное квантовое число принимает значения от 0 до (n – 1), т.е. всего n значений.

Проекция момента импульса электрона на заданное направление в пространстве может иметь только дискретные значения

$$L_Z = \hbar m,$$

где магнитное квантовое число m определяет проекцию орбитального момента импульса и может принимать значения от $-l$ до $+l$, т.е. всего $2l+1$ значений.

Орбитальный магнитный момент p электрона

$$p = \mu_Б \sqrt{l(l+1)}\,,$$

где $\mu_Б$ –магнетон Бора ($\mu_Б = 0{,}927\times10^{-23}$.Дж/Тл).

Собственный механический момент импульса, не связанный с движением электрона в пространстве, называется спином. Проекция спина на выделенное направление в пространстве может иметь только дискретные значения

$$S_Z = \hbar s\,,$$

где s – спиновое квантовое число, которое имеет только два значения: ½ и –½.

4. Многоэлектронные атомы. Распределение электронов в атоме подчиняется принципу Паули, согласно которому в одном и том же атоме не может быть более одного электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел n, l, m и s. Совокупность электронов, имеющих одно и тоже главное квантовое число, называется электронной оболочкой. В каждой оболочке электроны подразделяются на подоболочки, соответствующие данному значению орбитального квантового числа.

Состояние электронной системы атома называется электронной конфигурацией и описывается следующим образом: цифра соответствует главному квантовому числу, следующая за ней буква показывает величину орбитального квантового числа (s – 0, p – 1, d – 2, f – 3, g – 4, h – 5), показатель степени этой буквы – число электронов в состоянии с данным главным и орбитальным квантовыми числами. Например, $1s^2$ обозначает 2 электрона в состоянии с $n = 1$ и $l = 0$, отличающиеся только спиновым квантовым числом s. Данная электронная конфигурация соответствует атому гелия. Электронная конфигурация атома кислорода имеет вид $1s^2 2s^2 2p^4$.

4. Магнитные свойства твердых тел. При помещении полупроводниковой пластины с током в магнитное поле, перпендикулярное направлению тока, на гранях пластины возникает разность потенциалов (эффект Холла)

$$U_Н = R_Н B\, j\, b,$$

где j – плотность тока; b – ширина пластины; B – индукция магнитного поля; R_H – постоянная Холла. Постоянная Холла собственных полупроводников определяется соотношением

$$R_H = 1/en,$$

где n – концентрация носителей тока.

Основной характеристикой магнетиков является намагниченность, которая численно равна магнитному моменту единицы объема вещества

$$\vec{j} = \sum_i \vec{P}_{mi} ,$$

где $P_{m\,i}$ – магнитный момент i -й молекулы; N – число молекул в объеме ΔV.

Намагниченность - $\vec{j}$ диа- и парамагнетиков пропорциональна напряженности магнитного поля $\vec{H}$

$$\vec{j} = \chi\vec{H} ,$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества.

Магнитная восприимчивость парамагнитных веществ при высоких температурах определяется выражением

$$\chi = \mu_0 \frac{nP_m^2}{3kT},$$

где n – концентрация молекул.

6.9 ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Атомное ядро, состоящее из Z протонов и $(A – Z)$ нейтронов, обозначается символом $^A_Z X$, где A – массовое число.

Дефектом массы ядра называется разность между суммой масс составляющих ядро нуклонов и массой ядра

$$\Delta m = (Zm_p + (A – Z)m_n) – m_я.$$

Энергия, которую необходимо затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны, называется энергией связи. Энергия связи ядра связана с дефектом массы ядра соотношением

$$E = \Delta mc^2.$$

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0\, e^{-\lambda t},$$

где N_0 - число ядер в начальный момент времени (t_0 = 0); N – число ядер, не распавшихся к моменту времени t; λ – постоянная распада.

Период полураспада $T_{1/2}$ – время, за которое распадается половина имеющихся ядер. Период полураспада и постоянная распада связаны между собой соотношением

$$T_{1/2} = (\ln 2) / \lambda.$$

Интервал времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз, называется средним временем жизни радиоактивного ядра

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Количество энергии, выделяющейся или поглощающейся при ядерной реакции, можно определить по формуле

$$\Delta E = c^2\left(\sum M_1 - \sum M_2\right),$$

где $\sum M_1$ и $\sum M_2$ – сумма масс частиц до и после реакции.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, изменилась от 300 нм до 600 нм. Как изменилась температура тела? Во сколько раз уменьшилась энергетическая светимость и максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости тела?

Решение

1). Согласно закону смещения Вина длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения, связана с температурой соотношением $\lambda = b_1/T$. Отсюда

$$T_2/T_1 = \lambda_1/\lambda_2 = 1/2.$$

$$T_1 = 2T_2.$$

Таким образом, температура тела уменьшилась вдвое.
2). По закону Стефана – Больцмана $R = \sigma\, T^{\,4}$, отсюда

$$R_2 / R_1 = (T_2 / T_1)^{\,4} = (1/2)^4 = 1/16.$$
$$R_1 = 16R_2.$$

Энергетическая светимость тела уменьшилась в 16 раз.

3). По второму закону Вина

$$r_{\max} = b_2 T^{\,5}.$$

Отсюда следует

$$r_{\max 1} / r_{\max 2} = (T_1 / T_2)^{\,5} = 1/32.$$

Максимальное значение спектральной плотности уменьшилось в 32 раза.

2. На поверхность платиновой пластины падает ультрафиолетовое излучение с длиной волны 300 нм. Будет ли наблюдаться фотоэффект?

Решение

Вычислим энергию падающего фотона:

$$E = h\nu = hc/\lambda = 6{,}6\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}/3\cdot 10^{-7} = 6{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Согласно табличным данным, работа выхода электронов из платины составляет 6,3 эВ или 10^{-18} Дж. Энергия падающего фотона меньше работы выхода электрона, поэтому фотоэффекта наблюдаться не будет.

3. Угол рассеяния фотона с энергией 1,2 МэВ на свободном электроне составляет 60°. Найти длину волны рассеянного фотона, энергию и импульс электрона отдачи. Кинетической энергией электрона до соударения пренебречь.

Решение

Изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \underline{\lambda}_c(1 - \cos\theta),$$

где λ_1 и λ_2 – длины волн падающего и рассеянного фотонов; λ_c – комптоновская длина волны. Энергия падающего фотона

$$E_1 = hc/\lambda_1.$$

Отсюда

$$\lambda_2 = hc/E_1 + \lambda_c(1 - \cos\theta).$$

Подставим числовые значения

$$\lambda_2 = (6{,}6\times10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}/1{,}92\cdot10^{-13}) + 1{,}215\cdot10^{-12} = 2{,}25\cdot10^{-12}\text{ м}.$$

Кинетическая энергия электрона отдачи E_e может быть определена из закона сохранения энергии $E_1 = E_2 + E_e$. Отсюда

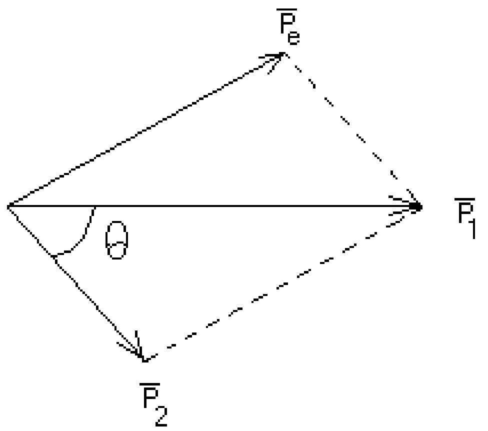
$$E_e = E_1 - E_2 \text{ или } \quad E_e = E_1 - hc/\lambda_2.$$

$E_e = 1{,}92\cdot10^{-13} - 6{,}6\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}/2{,}25\cdot10^{-12} = 1{,}04\cdot10^{-13}$Дж = 0,65МэВ.

Импульс электрона отдачи $\vec{P}_e$ определим из закона сохранения импульса

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_2 + \vec{P}_e.$$

где P_1 и P_2 – импульсы падающего и рассеянного фотонов соответственно.



Из рисунка видно, что численное значение импульса электрона отдачи можно определить по теореме косинусов

$$(P_e)^2 = (P_1)^2 + (P_2)^2 - 2P_1P_2\cos\theta.$$

Импульс фотона связан с его энергией соотношением $P = E/c$. Отсюда

$$P_e = \{(E_1)^2 + (E_2)^2 - 2E_1E_2\cos\theta\}^{1/2}/c.$$

Получаем $P_e = 5{,}5\cdot10^{-22}$ кг м/с.

4. При нагревании 10г серебра от 10 К до 20 К к образцу было подведено 0,71 Дж теплоты. Считая, что условие $T \ll \theta_Д$ выполнено, определить характеристическую температуру Дебая серебра.

Решение

Количество теплоты, необходимое для нагревания тела, определяется по формуле

$$Q = m/\mu \int_{T_1}^{T_2} C_\mu dT ,$$

где C_μ – молярная теплоемкость образца. Т.к. $T << \theta_Д$, то для определения молярной теплоемкости можно воспользоваться предельным законом Дебая

$$C_\mu = 234\, R\, (T / \theta_Д)^3.$$

Тогда

$$Q = 234R\frac{m}{\mu}\left(\frac{1}{\theta_Д^3}\right)\int_{T_1}^{T_2} T^3 dT = 234R\frac{m}{\mu}\frac{T_2^4 - T_1^4}{4\theta_Д^3}.$$

Выразим из полученного выражения температуру Дебая $\theta_Д$

$$\theta_Д = \left(\frac{m}{\mu}234R\frac{T_2^4 - T_1^4}{4Q}\right)^{1/3}).$$

Получаем $\theta_Д = 212$ К.

5. Удельная проводимость германиевого образца при нагревании от 0 до 17°С возросла 2,45 раза. Определить ширину запрещенной зоны германия.

Решение

Удельная проводимость собственных полупроводников увеличивается с температурой по закону

$$\sigma = \sigma_0 \exp\, (-\Delta E/2kT).$$

Удельная проводимость образца σ_1 при температуре T_1 = 273 К (0° С) определяется выражением

$$\sigma_1 = \sigma_0 \exp\, (-\Delta E/2kT_1),$$

а удельная проводимость образца σ_2 при температуре T_2 = 290 К (17° С) определяется выражением

$$\sigma_2 = \sigma_0 \exp\, (-\Delta E/2kT_2).$$

Отсюда

$$\sigma_2/\sigma_1 = \exp\left\{\ \Delta E\, (1/T_1 - 1/T_2)\, /2k\ \right\}.$$

Прологарифмируем полученное выражение и выразим ширину запрещенной зоны ΔE

$$\Delta E = 2kT_1T_2 \ln(\sigma_2/\sigma_1)/(T_2 - T_1).$$

Подставляя численные значения, получим

$\Delta E = 2\times1{,}38\times10^{-23}\times273\times290\times\ln2{,}45/(290 - 273) = 1{,}15\cdot10^{-19}$Дж =0,72эВ.

6. Определить энергию связи ядра лития ^{7}Li.

Решение

Энергия связи ядра лития ^{7}Li определяется по формуле

$$E = \Delta mc^2 = c^2(\ 3m_p + (7 - 3)m_n\ - m_я).$$

Используя внесистемные единицы, энергию связи можно определить по формуле

$$E = 931\ \Delta m\ (\text{МэВ}).$$

Определим дефект массы ядра в атомных единицах массы, используя табличные данные

$$\Delta m = (3\times1{,}00728 + 4\times1{,}00867) - 7{,}01601 = 0{,}04051 \text{ а.е.м.}$$

Энергия связи ядра $E = 931\times0{,}04051 = 37{,}7$ (МэВ).

Контрольные задачи 6

6.1. Во сколько раз увеличится мощность излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения передвинется от красной границы видимого спектра (760 нм) к его фиолетовой границе (380 нм) ?

6.2. Мощность излучения шара радиусом 20 см составляет 100 Вт. Определить температуру шара и длину волны, на которую приходится максимум его излучательной способности, если коэффициент черноты шара равен 0,25.

6.3. Длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости составляет для Солнца 0,47 мкм, для Полярной звезды- 0,35 мкм, для Сириуса - 0,29 мкм. Определить температуры поверхностей этих звезд.

6.4. Смотровое окно плавильной печи имеет площадь 6 см^2. Какое количество лучистой энергии уйдет из печи через это окно за 1 минуту, если температура печи - 1000 К?

6.5. При охлаждении абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум излучения тела, увеличилась от 0,4 до 0,7 мкм. Во сколько раз уменьшилась при этом энергетическая светимость тела?

6.6. Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела равно $4{,}6\times10^{14}$ Вт/м^3. На какую длину волны оно приходится? Чему равна энергетическая светимость тела?

6.7. Излучение Солнца по своему спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела, для которого максимум излучательной способности приходится на длину волны 0,47 мкм. Найти массу, теряемую Солнцем в 1 секунду за счет излучения. Оценить время, за которое масса Солнца уменьшится на 1%.

6.8. Какое количество энергии излучает затвердевающий свинец за 1 секунду, если его свободная поверхность составляет 1см^2? Отношение энергетических светимостей поверхности свинца и абсолютно черного тела для этой температуры считать равным 0,6. Температура плавления свинца - 600 К.

6.9. На сколько процентов увеличится энергетическая светимость абсолютно черного тела, если его температура увеличится на 1% ?

6.10. Максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела приходится на длину волны 290 нм. Определить температуру тела, его энергетическую светимость и максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости.

6.11. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла составляет 275 нм. Найти: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) максимальную кинетическую энергию электронов, вырываемых из металла светом с длиной волны 180 нм; 3) максимальную скорость этих электронов.

6.12. Цинковую пластину освещают ультрафиолетом с длиной волны 30 нм. Определить, на какое максимальное расстояние от пластины может удалиться электрон, если вне пластины имеется однородное задерживающее электрическое поле напряженностью 10 В/см.

6.13. На поверхность серебряной пластины падает ультрафиолетовое излучение с длиной волны 0,3 мкм. Будет ли наблюдаться фотоэффект?

6.14. Красной границе фотоэффекта для алюминия соответствует длина волны 332 нм. Найти работу выхода электрона для этого металла и длину световой волны падающего излучения, при которой задерживающий потенциал равен 1 В.

6.15. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания электронов, если красная граница фотоэффекта соответствует длине волны 0,776 мкм, а максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов равна 0,478 эВ.

6.16. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом из платиновой пластинки, нужно приложить задерживающую разность потенциалов 3,7 В. Если платиновую пластинку заменить пластинкой из другого материала, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до 6 В. Определить работу выхода электронов с поверхности второй пластинки.

6.17. Определить длину волны света, который будучи направлен на поверхность серебра, обеспечит фотоэлектронам скорость 3×10^{8}см/с.

6.18. Фотоэлектрон имеет скорость 750 км/с. Определить энергию фотона, выбившего его из платины.

6.19. При поочередном освещении поверхности некоторого металла светом с длиной волн 0,35 мкм и 0,54 мкм обнаружили, что соответствующие максимальные скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в два раза. Найти работу выхода электронов с поверхности этого металла.

6.20. При облучении светом цинкового шарика, удаленного от других тел, он зарядился до потенциала 4,3 эВ. Определить длину волны падающего света.

6.21. Поток монохроматических лучей с длиной волны 600 нм падает нормально на пластинку с коэффициентом отражения 0,2. Сколько фотонов ежесекундно падает на пластинку, если давление света на пластинку составляет 10^{-7} Н/м^2?

6.22. Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу молекулы водорода, движущейся со средней квадратичной скоростью при 27^0С.

6.23. Определить энергию, импульс и массу фотона, которому соответствует длина волны 550 нм. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы иметь такую же энергию?

6.24. На зеркало с идеально отражающей поверхностью падает нормально свет от электрической дуги. Определить импульс, полученный зеркалом за 1 с, если плотность потока световой энергии, падающей на него, равна 10 Вт/см^2, а площадь зеркала - 1,5 см^2.

6.25. Определить длину волны, импульс и массу фотона с энергией 1 МэВ.

6.26. Параллельный пучок монохроматических лучей (λ = 662 нм) падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление 3×10^{-7} Н/м^2. Определить концентрацию фотонов в световом пучке.

6.27. Определить энергию, импульс и длину волны фотона, масса которого равна массе покоя электрона.

6.28. Определить коэффициент отражения поверхности, если при энергетической освещенности 50 Вт/м^2 давление света на нее оказалось равным 0,2 мкПа.

6.29. Параллельный пучок света с интенсивностью 2 кВт/м^2 падает под углом 60° на плоское зеркало с коэффициентом отражения 0,95 и площадью поверхности 10^{-2} м^2. Определить силу давления света на зеркало.

6.30. На плоскую зеркальную поверхность падает нормально параллельный пучок света. Как изменится давление света на эту поверхность, если ее зачернить?

6.31. Во сколько раз изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии на свободном электроне превосходит аналогичное изменение при рассеянии на свободном протоне при одинаковых углах рассеяния?

6.32. В результате эффекта Комптона фотон был рассеян на угол 90^0. Определить энергию фотона после рассеяния, если до рассеяния она составляла 1,85 МэВ.

6.33. Фотон с энергией 1 МэВ рассеялся на свободном покоящемся электроне. Найти кинетическую энергию электрона отдачи, если в результате рассеяния длина волны фотона изменилась на 25%.

6.34. Фотон с энергией 0,25 МэВ рассеялся на свободном электроне. Определить угол рассеяния, если энергия рассеянного фотона составила 0,2 МэВ.

6.35. В результате эффекта Комптона фотон был рассеян на угол 90^0. Определить энергию фотона до рассеяния, если после рассеяния она составляла 0,4 МэВ.

6.36. В эффекте Комптона угол рассеяния фотона 90^o, а угол отдачи электрона 30°. Определить энергию падающего фотона.

6.37. Определить угол рассеяния фотона при его соударении со свободным электроном, если изменение длины волны фотона при рассеянии равно 3,62 пм.

6.38. Длина волны фотона равна комптоновской длине электрона. Определить энергию, массу и импульс фотона.

6.39. Определить максимальное изменение длины волны при комптоновском рассеянии на свободных протонах.

6.40. Фотон с длиной волны 1 пм был рассеян на свободном электроне и передал ему 70% своей энергии. Определить угол рассеяния фотона.

6.41. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью 210 А/м. Длина волны де Бройля электрона составляет 10 нм. Определить радиус окружности, по которой движется электрон.

6.42. При каком значении скорости электрона его длина волны де Бройля равна его комптоновской длине волны ?

6.43. Найти длину волны де Бройля электрона, движущегося по первой боровской орбите в атоме водорода.

6.44. Найти длину волны де Бройля для атома водорода, движущегося при температуре 20^0 C с наиболее вероятной скоростью.

6.45. Масса движущегося электрона в два раза больше его массы покоя. Определить длину волны де Бройля такого электрона.

6.46. Сравнить длины волн де Бройля электрона и иона He^{2+}, прошедших одинаковую разность потенциалов 1 кВ.

6.47. Нейтрону сообщили кинетическую энергию 0.082 эВ. Чему равна его длина волны де Бройля?

6.48. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов 200 В, имеет длину волны де Бройля $2{,}02\times10^{-12}$ м. Определить массу частицы, если ее заряд численно равен заряду электрона.

6.49. Протон влетел в электрическое поле напряженностью 1 В/м параллельно его силовым линиям. Определить длину волны де Бройля протона через 1 микросекунду, если его начальная скорость равна 100 м/с.

6.50. Электрон обладает кинетической энергией 0,51 МэВ. Во сколько раз изменится длина волны де Бройля, если кинетическая энергия электрона возрастет вдвое?

6.51. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

6.52. Найти удельную энергию связи ядра изотопа кислорода ^{16}O.

6.53. Какая частица образуется в ядерной реакции $^9Be + {}^2H \rightarrow {}^{10}B + X$? Вычислить энергию, выделяющуюся в этой реакции.

6.54. Период полураспада радиоактивного аргона равен 110 мин. Определить время, в течение которого распадается 25% начального количества ядер.

6.55. Период полураспада радиоактивного изотопа кальция равен 164 суток. Определить постоянную распада и среднюю продолжительность жизни атомов этого элемента.

6.56. За один год количество радиоактивного изотопа уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?

6.57. Найти удельную активность (число актов распада за одну секунду на единицу массы распадающегося вещества) для урана ^{235}U и радона ^{222}Rn.

6.58. Определить энергию, которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра натрия ^{14}N.

6.59. Какая частица образуется в ядерной реакции $^{14}N + {}^4He \rightarrow {}^1H + X$? Вычислить энергию, поглощенную в этой реакции.

6.60. Покоившееся ядро полония ^{210}Po выбросило α-частицу с кинетической энергией 5,3 МэВ. Определить кинетическую энергию ядра отдачи и полное количество энергии, выделившееся при α-распаде.

Заключение

Методические указания к выполнению контрольных работ по физике написаны в соответствии с действующей программой курса физики для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Небольшой объем указаний достигнут с помощью тщательного отбора и лаконичного изложения материала и состоит из шести частей.

Библиографический список

1. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа. 2004. – 542 с.

2. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями / Т.И. Трофимова, З.Г. Павлова. – М.: Высшая школа, 2004. – 591 с.

3. Иродов И. Е. Основные законы.в 6 кн. / И. Е. Иродов - 5-е изд., исправ. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000.

4. Савельев, И.В. Курс общей физики: в 5 кн. / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1998.

5. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Высшая школа, 2001. – 718 с.

6. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1999. – 327 с.

Ключевые слова

1. Кинематика
2. Динамика
3. Момент инерции
4. Момент импульса
5. Работа
6. Энергия
7. Мощность
8. Идеальный газ
9. Давление
10. Температура
11. Объем
12. Молярная масса
13. Теплота
14. Теплоемкость
15. Цикл Карно
16. Электрический заряд
17. Напряженность
8. Потенциал
19. Электроемкость
20. Сопротивление
21. Электродвижущая сила
22. Магнитное поле
23.Электромагнитная индукция
24. Индуктивность.
25. Длина волны
26. Интерференция
27. Дифракция
28. Поляризация
29. Атом
30. Квант
31. Волновая функция
32. Спин
33. Ядро
34. Нуклон
35. Протон
36. Нейтрон
37. Электрон
38. Дефект массы
39. Энергия связи
40. Нейтрино

Приложение

Основные физические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.6720 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2
Скорость света в вакууме	$c = 2.99792458 \cdot 10^{8}$ м/с
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 1.25663706144 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8.85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Постоянная Планка	$h = 6.626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с $\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05457 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Масса покоя электрона	$m_e = 9.109534 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1.6726485 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1.6749543 \cdot 10^{-27}$ кг
Заряд электрона	$e = -1.6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Атомная единица массы	$1.660565 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Авогадро	$N_A = 6.022045 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Постоянная Фарадея	$F = 96484.56$ Кл/моль
Молярная газовая постоянная	$R = 8.31441$ Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	$k = 1.380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Нормальный (молярный) объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 2.241 \cdot 10^{-2}$ м^3/моль
Нормальное атмосферное давление	$P_{атм.} = 101325$ Па
Радиус первой боровской орбиты	$a_0 = 5.2917706 \cdot 10^{-11}$ м
Ускорение свободного падения	$g = 9.80665$ м/с^2